Série 1 de travaux dirigés

1. Démontrer les expressions suivantes : $E^2 = m_0^2c^4 + P^2c^2$ et $\beta = \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{2\varepsilon + \varepsilon^2}}{1+\varepsilon}$.

Où : $\varepsilon = \frac{T}{m_0c^2}$ est l'énergie réduite ; $T = E - m_0c^2$: l'énergie cinétique ; E l'énergie totale et m_0 la masse au repos d'une particule.

2. Quelle est la vitesse d'une particule dont l'énergie cinétique E_c est égale à l'équivalent énergétique de sa masse au repos ? Comparer les résultats de calcul de la mécanique classique et de la mécanique relativiste. Conclure.

3. Les mésons mu, particules subatomiques à courte durée de vie, sont créées par les rayons cosmiques à environs 10 000 m au dessus du niveau de la mer (haute atmosphère). Elles se déplacent à une vitesse de 0,999 c. La durée de vie moyenne, des mésons mu, mesurée en laboratoire lorsqu'elles sont au repos, est de $2{,}2\times10^{-6}$ s.

a. Quelle est la durée de vie apparente de ces particules en mouvement pour un observateur terrestre?

b. Les mésons peuvent-ils atteindre le sol?

4. Considérons des électrons soumis à une différence de potentiel de 600 kV qui entrent en contact avec une plaque métallique.

1. Calculer l'énergie cinétique acquise par les électrons accélérés.

2. Calculer la longueur d'onde des rayons X les plus énergétiques produits par les électrons dans la plaque.

Données : Constante de Planck, $h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ J·s ; vitesse de la lumière dans le vide, $c = 3\cdot10^{8}$ m.s^{-1} ; 1eV = $1{,}6\ 10^{-19}$J.

5. Considérons l'anticathode d'un tube à rayons X. L'énergie de liaison des électrons de la couche K de cet élément a pour valeur : $W_K = 72{,}474$ keV. La longueur d'onde de la raie K_α de son spectre de raies est $\lambda_{K\alpha} = 0{,}2$ Å.

a. Quelle doit être la différence de potentiel minimale appliquée au tube pour faire apparaitre les raies de la série K de l'élément ?

b. Quel est le numéro atomique de l'élément ? Identifier cet élément.

c. Calculer la longueur d'onde de la raie L_β du spectre.

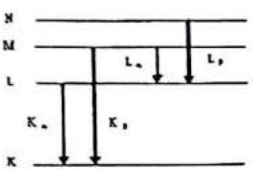


Figure : La nomenclature des raies X.

Données : Le nombre d'onde donné par la loi de Moseley pour les atomes lourds :

$$\bar{v} = (Z - Z_0)^2 R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

Z_0 : constante d'écran est égale à 1 pour la série K et 7,4 pour la série L.

$R_H = 1{,}0974\times10^{7}$ m^{-1}, constante de Rydberg.

6. a. Définir les unités suivantes : Angstrom ; Fermi, unité de masse atomique ; Électron-volt.

b.. Expliquer les équivalences suivantes :

1 mol	=	$6{,}02\cdot10^{23}$
1eV	=	$1{,}6\cdot10^{-19}$ J
1Ci	=	$3{,}7\cdot10^{10}$ Bq
1u	=	$1{,}66\cdot10^{-27}$ kg

1u = 931,5 MeV/c^2

7. a. Exprimer la masse d'un électron, d'un proton et d'un neutron en unité u.

b. Déterminer en joule et en MeV l'équivalent énergétique de la masse au repos de l'électron, du proton et du neutron.

8. a. Quelle est la valeur de la force électrostatique d'interaction, $F_{p\text{-}p}$, entre deux protons distants de 10^{-15} m ?

b. Combien vaut la force électrique d'interaction, $F_{p\text{-}e^-}$, entre un proton et un e^- distants de 10^{-10}m ?

c. Comparer $F_{p\text{-}p}$ et $F_{p\text{-}e^-}$

9. 1. Montrer que l'énergie électromagnétique représentant un photon est inversement proportionnelle à la longueur d'onde associée à ce photon

2. Préciser la valeur de la constante de proportionnalité dans les cas suivants :

a. E s'exprime en J et λ en m

b. E s'exprime en eV et λ en nm

10. a. Quelle est la longueur d'onde de Broglie associée à un corpuscule matériel?

b. Calculer la longueur d'onde λ_p, associée à un proton de masse $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg et d'énergie cinétique $E_{c\text{-}p} = 1\,000$ eV.

11. 1. Calculer la quantité de mouvement d'une particule associée à la longueur d'onde de de Broglie de $6,21\ 10^{-14}$ m.

a. dans le cas d'un électron

b. dans le cas d'un neutron

2. Déterminer l'énergie cinétique, exprimée en MeV :

a. dans le cas de l'électron

b. dans le cas du neutron

Données : La constante de Planck, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s ; la vitesse de la lumière dans le vide, $c = 3 \cdot 10^8$ m.s^{-1} ; 1eV = $1,6\ 10^{-19}$J ; énergie de masse au repos de l'électron 0,511 MeV ; énergie de masse au repos du neutron 939,6 MeV

12. Parmi les noyaux suivants, ${}^{1}_{1}H$, ${}^{2}_{1}H$, ${}^{3}_{1}H$, ${}^{3}_{2}He$ et ${}^{4}_{2}He$,

a/ quels sont ceux qui ont le même nombre de neutrons ?

b/ quels sont les noyaux qui ont des propriétés chimiques semblables ?

13. a. Préciser la composition de l'isotope ${}^{235}_{92}U$.

b. Calculer le défaut de masse de ce noyau, en unité de masse atomique puis en kilogramme.

Masse du noyau d'uranium 235 : m (${}^{235}_{92}U$) = 234,99332 u

Masse du neutron m_n = 1,00866 u ; Masse du proton m_p = 1,00728 u ; 1 u = $1,66054 \cdot 10^{-27}$ kg

c. Calculer, en joule puis en MeV, l'énergie de liaison de ce noyau.

1 eV = $1,60 \cdot 10^{-19}$ J ; c = $3 \cdot 10^8$ m / s

d. Calculer l'énergie de liaison par nucléon de ce noyau.

e. Comparer la stabilité du noyau d'Uranium 235 à celle du noyau de radium 226 dont l'énergie de liaison est de 7,66 MeV par nucléon.

14. - Ecrire l'équation de désintégration par émission alpha de ${}^{235}_{92}U$

- Ecrire l'équation de désintégration par émission β^- du ${}^{14}_{6}C$
- Ecrire l'équation de désintégration par émission γ du ${}^{24}_{11}Na^*$
- Ecrire l'équation de désintégration par capture électronique du ${}^{48}_{23}V$
- Ecrire l'équation de désintégration par émission β^+ du ${}^{48}_{23}V$

Série n° 1

(A)

Exercice 1 :

Subatomique : à l'intérieur de l'atome

m : masse d'une particule subatomique en mvm

m_0 : masse d'une particul subatomique au repos.

E : l'énergie totale d'une particule subatomique.

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2$$

E_0 : l'énergie d'une particule subatomique au repos.

L'équivalence (Energie - masse)

$$E_0 = m_0 c^2$$

P : quantité de mvt d'une particule subatomique.

$$P = mv = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} v$$

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 \; ?? \longrightarrow E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4 = cte$$

↳ d'invariance de Dirac.

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2 \longrightarrow E^2 = \frac{m_0^2}{1-\beta^2} c^4 \quad (1)$$

$$P = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} \longrightarrow P^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1-\beta^2} \longrightarrow P^2c^2 = \frac{m_0^2 v^2 c^2}{1-\beta^2}$$

$$P^2c^2 = \frac{m_0^2 c^4 \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}{1-\beta^2} \Rightarrow P^2c^2 = \frac{m_0^2 c^4 \beta^2}{1-\beta^2} \quad (2)$$

$\left(\frac{v^2}{c^2}\right) \rightarrow \beta^2$

$$① - ② = E^2 - p^2c^2 = \frac{m_0c^4}{1-\beta^2} - \frac{m_0^2c^4\beta^2}{1-\beta^2} = m_0c^4$$

$$\Rightarrow \boxed{E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2}$$

- $\beta = \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{2\varepsilon+\varepsilon^2}}{1+\varepsilon}$ avec $\varepsilon = \frac{T}{m_0c^2}$ {l'énergie réduite}

T : l'énergie cinétique

$$E = mc^2 = T + m_0c^2 \; ; \; E_0 = E\big|_{T=0} = m_0c^2$$

$$\frac{E}{m_0c^2} = T/m_0c^2 + 1 = \varepsilon + 1$$

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \longrightarrow \frac{E}{m_0c^2} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \varepsilon + 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \varepsilon + 1 \Rightarrow \frac{1}{(1-\beta)} = (\varepsilon+1)^2 \Rightarrow 1 = (1-\beta^2)(\varepsilon+1)^2$$

$$1\times(1+\varepsilon)^2 - \beta^2(1+\varepsilon)^2 = 1 \Rightarrow \beta^2(1+\varepsilon)^2 = (1+\varepsilon)^2 - 1$$
$$= \varepsilon^2 + 2\varepsilon$$

$$\beta^2 = \frac{\varepsilon^2+2\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} \longrightarrow \boxed{\beta = \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon}}{(1+\varepsilon)^2}}$$

Exercice 2 :

L'énergie cinétique (E_c) d'une particule de masse m_0, est égale à l'équivalent energétique de sa masse au repos.

$$E_c = m_0c^2 = E_0.$$

(B)

Dans le cas classique $m = m_0$

$$E_c = \frac{1}{2} m_0 V^2 \longrightarrow V = \sqrt{\frac{2E_c}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 m_0 c^2}{m_0}} = c\sqrt{2} > c \,!!$$

C'est une obtention impossible.

- Dans le cas relativiste

$$0{,}12c < V < c$$

$$E_c = E - m_0 c^2 \quad ; \quad E = E_c + m_0 c^2 = m c^2$$

$$\longrightarrow E_c = m c^2 - m_0 c^2$$

$$= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c$$

$$E_c = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right)$$: l'énergie cinétique dans le cas relativiste.

$$\underbrace{V \ll c \longrightarrow \beta \ll 1 \longrightarrow \text{Dév. limité : } (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2}_{\text{cas classique.}}$$

$$\frac{E_c}{m_0 c^2} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{E_c}{m_0 c^2}$$

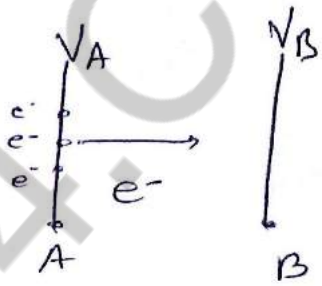
$$1 - \beta^2 = \frac{1}{\left(1 + \frac{E_c}{m_0 c^2}\right)^2} \longrightarrow \beta^2 = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E_c}{m_0 c^2}\right)^2} \Rightarrow \beta = \frac{V}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E_c}{m_0 c^2}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow V = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{m_0 c^2}{m c^2}\right)^2}} = c\sqrt{\frac{3}{4}} \simeq 0{,}866\, c \in [0{,}12c, c[$$

Conclusion : le calcul classique n'est pas valable dans ce cas $\{V > c \ ⚠\}$

Exercice 4 :

1) Le rôle de $\underbrace{\text{d.d.p}}$ est d'accélération des e^-.
ou champ $\vec{E}$ $\{\vec{E} = -\text{grad}\,V\}$



$$\boxed{\Sigma\,(E_c + E_p)_i = \Sigma\,(E_c + E_p)_f}$$

$$\underbrace{E_{c,i}}_{0} + E_{p_A} = E_{c,f} + E_{p_B}$$

↳ des e^- sont au repos à l'état initial.

$$E_{cf} = E_c = E_{p_A} - E_{p_B} \quad ; \quad E_p = qV$$

↳ charge.

$$E_c = qV_A - qV_B = q(V_A - V_B) \text{ avec } q = -e$$

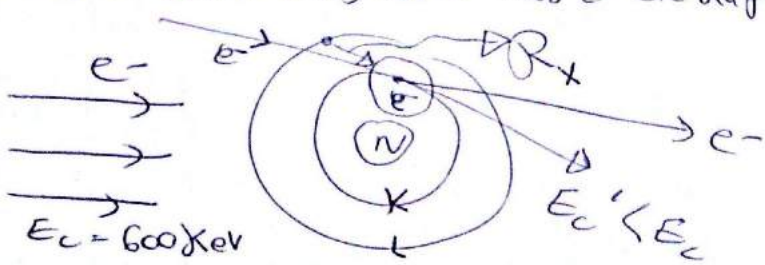
$$E_c = e(V_B - V_A) \text{ on pose } V_B - V_A = \Delta V = 600\,KV$$

$$\boxed{E_c = e\,\Delta V} \rightarrow E_c = 600\ KeV$$

$$1\ KeV = 10^3\ eV$$

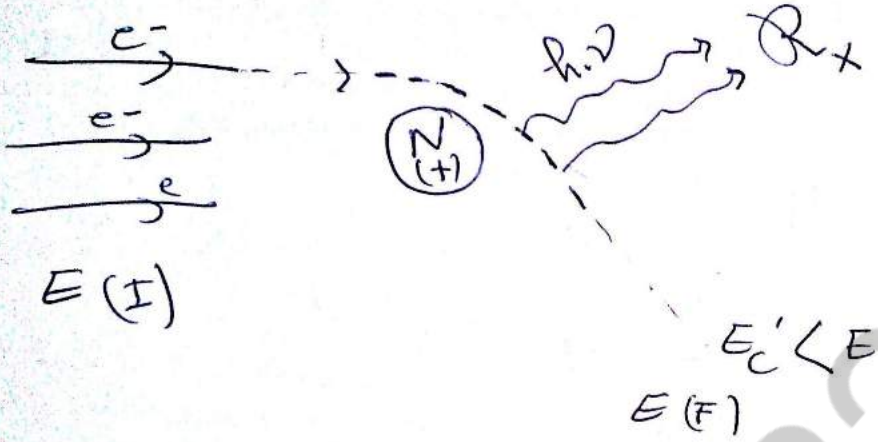
$$1\ eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J$$

2) Intéraction des e^- accélérés avec les e^- de la plaque.



(C)

Interaction des e- accélérés avec les Noyaux des atomes de la plaque.



$E_c = h\nu + E_c'$

$E_c' < E_c$

les Rx les plus énergétique $\Rightarrow E_c' = 0$

$\rightarrow E_c = h\nu = 600 \text{ Kev}$

- d'énergie maximale de Rayon x. sont produits par le freinage totale des e- accélérés.

$$E_c = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_c} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 3 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{600 \times 10^{3} \times 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

$$\boxed{\lambda = 2{,}07 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

Exercice 3 :

a) τ : durée du temp mesurée par un observateur terrestre lié à R {fixe}

τ' : " " " " " " dans le repère R' lié à d'évenement. {mobile}

$$\tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow \tau > \tau'$$

exemple {1an sur R_0 ≡ 1 s sur R'}

→ Dilatation du temps

→ contraction des longueurs $\{ L = L_0 \sqrt{1-\beta^2} \}$

$L < L_0$

$\tau' = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s ; $V = 0,999c$

A.N : $\tau = \dfrac{2,2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1-\left(\frac{0,999c}{c}\right)^2}} = 4,92 \cdot 10^{-5}$ s

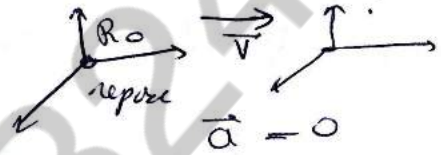
b) $d = V \cdot \tau$

(D)

* principe de la Relativité

Lois physiques ont la m^n forme q q soit le referentiel inertiel considéré.

Relativité restreinte → pour les référentiels avec translation uniforme



* constante de la vitesse de la lumière.
* La vitesse de la lumière dans le vide $\underline{c}$ vitesse limite.

⟹ { * Dilatation du temps : $T = \gamma T_0$
* contraction des longueurs : $L = \frac{1}{\gamma} L_0$

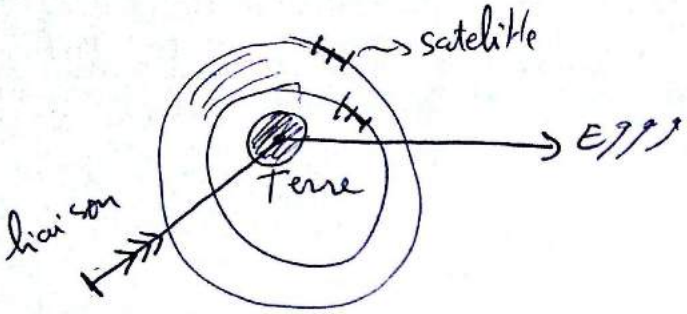
* Modifie les déf de la quantité de mouvement.

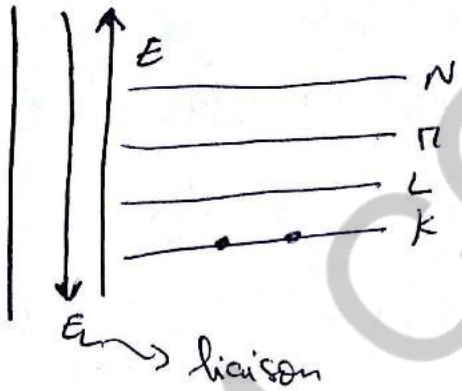
$$\vec{P} = m\vec{V}$$

$$m = \gamma . m_0$$

* $E_c = mc^2 - m_0 c^2$
* $E = mc^2$

Exercice 5 : comprendre le Modele des couches atomiques.





- les e^- occupent des niveaux d'énergie
- Mécanique quantique ⟹ Energie est discrete.

$$N = 2n^2$$

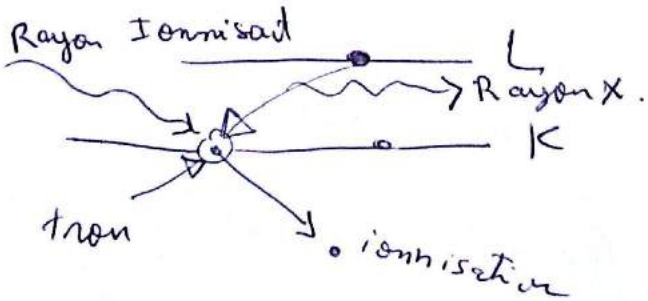
N → n = 4
M → n = 3
L → n = 2
K → n = 1

Nbr des e^-

K ⟹ 2
L ⟹ 8
M ⟹ $2 \times 3^2 = 18$
⋮

- Soit a l'interaction du Rayon avec d'atome

~~→ ionisisati~~
→ ionnisation
→ excitation



- Réarrangement des e^-

(E)

Les Rayons X sont emis lors du passage d'1 e^- des énergie sup vers un niveau d'énergie inférieur.

→ se sont des photons.

• Les notation de Manne Seigban (Nomenclature des Rx)

K_α : $L \longrightarrow K$; K_β : $M \longrightarrow K$

(2) → (1) ; (3) → (1)

L_α : $M \longrightarrow L$

(3) → (2)

Loi Moseley : $\lambda = f(Z, n_1, n_2)$

les niveau d'E.

numéro atomique

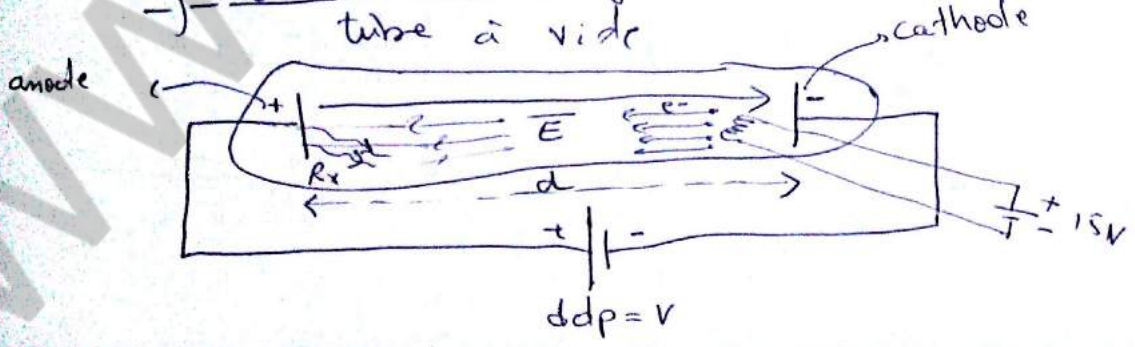
$$\boxed{\sigma = \frac{1}{\lambda} = (Z - Z_0)\, R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad n_2 > n_1}$$

nombre d'onde

→ déduire la nature de la Matière à partir de la longueur d'onde λ.

• Production des Ray X.

tube à vide



(E')

$E = \frac{V}{d}$; $\vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E}$

anticathode ⟹ ionnisation excitation des atomes de l'anticathode.

le travail W (énergie)

$W = F.d = q \cdot \frac{V}{\cancel{d}} \cdot \cancel{d} = qV$

$$\boxed{W = qV}$$

* $W_K = 72,474\ keV$

pour liberer un e⁻ de la couche K on doit le fournir son énergie de liaison W_K or l'e⁻ accelere $W = qV$

$W = qV = W_K \longrightarrow \boxed{V = \frac{W_K}{q}}$

d'où ⟹ $V = \frac{72,474\ k\cancel{e}V}{\cancel{e}} = 72,474\ keV$

b- $\lambda_{K\alpha} = 0,2\ A^\circ \xrightarrow[\text{spectrometrie.}]{?}$ la matière

$$\frac{1}{\lambda} = (Z - Z_0)^2 R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$(Z - Z_0)^2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)}} \Rightarrow Z = Z_0 + \frac{1}{\sqrt{\lambda R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)}}$$

E

$K_\alpha \Rightarrow$ (2) $\longrightarrow$ (1) ; $Z_0 = 1$

$n_2 = 2$ $\quad$ $n_1 = 1$

$$Z = 1 + \frac{1}{\left(0{,}2 \cdot 10^{-10} \cdot 1{,}0974 \cdot 10^{7} \left(1 - \frac{1}{4}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$Z = 78{,}94$ donc $\boxed{Z = 79}$

Tableau de M.N $\Rightarrow$ Or
périodique

$^{A}_{79}\mathrm{Au}$

c - L_β ?

$$\frac{1}{\lambda} = (Z - Z_0)^2 R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{(Z - Z_0)^2 R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)} = 9{,}48 \cdot 10^{-11}\,m$$

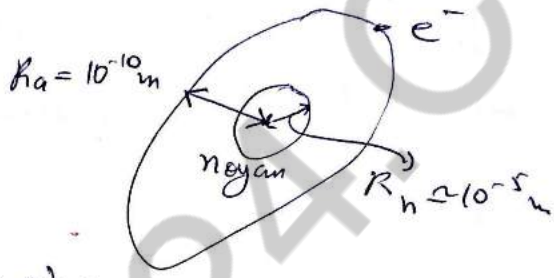
$$\boxed{\lambda = 0{,}948\,A^\circ}$$

(F)

Exercice 6 : Définir qlqs unités.

- Angstrom noté Å c'est une unité de mesure des longueurs utilisée en phs nucléaire, phy atomique et phy des particules. c'est une unité hors du S.I.

$$\boxed{1\,\text{Å} = 10^{-10}\,m.}$$ Atomes



- Le Fermi fm est une unité de mesure des longueurs largement utilisée en physique Nuc, phy atomique et physi des particules.

→ unité hors S.I.

$$\boxed{1\,f_m = 10^{-15}\,m}$$ noyaux

- les masses :

Unité de masse atomique.
par définition (convention)

$$1\,U = \frac{m(^{12}C)}{12}$$ unité hors S.I.

$$1\,\text{mole}\,(^{12}C) \longrightarrow 12\,g \qquad \{^{A}X \rightarrow \text{nbre de masse}\}$$

$$\Rightarrow m(^{12}C) = \frac{12\,g}{N_A} \quad ; \quad 1\,U = \frac{12\,g/N_A}{12} = \frac{1\,g}{N_A} = \frac{1\,g}{6.02.10^{23}}$$

$$\boxed{1\,U = 1{,}66054.10^{-27}\,kg}$$

Energie:

$W = qV$ si $V = 1V$; $C.V = J$.

$W = e.1V$; 1 eV c'est une unité de mesure de d'énergie hors S.I. C'est l'énergie acquise par un e^- dans un potentiel de 1V.

$$\boxed{1\ eV = 1,6.10^{-19}\ J}$$

$$eV \xrightarrow[E=mc^2]{?} u$$

pour trouver une équivalence entre u et eV
masse Energie

$$u \times c^2 = 1,6605.10^{-27} \times (2,99792458.10^{8})^2$$

$$\boxed{u.c^2 = 1,4921.10^{-10}\ J}$$

On sait que $1eV = 1,6.10^{-19}\ J \longrightarrow J = \frac{1}{1,6}10^{19}\ eV$

$$\Rightarrow u.c^2 = \frac{1,492}{1,6}.10^{-10}.10^{19}\ eV$$

$$u.c^2 = E = 932,73.10^6\ eV\ ?$$

La valeur exacte : $\boxed{1u = 931,5\ MeV/c^2}$

⟹ Activité d'une source radioacti...

. La radioactivité découvert par Bequerel.

C'est la désintégration des noyaux

$^{37}Cs \longrightarrow Ba + \gamma$ radioactif

On définit l'activité.

noté

$$A = \frac{\text{nbr. de désintégration}}{\text{unité du temps}}$$

L'unité de l'activité

$$1\,Bq = \frac{1\,d}{1\,s}$$

Bequerel

→ désintégration

pour rendre hommage à Marie Curie

$$C_i = 3.7 \cdot 10^{10}\,Bq$$

→ c'est l'activité d'un g du Radium ^{226}Ra.

* La mole

noté (mol) c'est le nbr d'atome contenu dans 12g du ^{12}C

En général le nbr d'Avogadro c'est le nbr (d'atomes, noyau...) contenu ds une mole $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$

(H)

Exercice 7 : Applications des unités

a) unité de masse atomique.

On sait que $1U = 1,6605 . 10^{-27} kg$

$$1Kg = \frac{U}{1,6605} . 10^{27}$$

$$m_e = \frac{9,1094 . 10^{-31}}{1,6605} . 10^{27} . U \Rightarrow \boxed{m_e = 5,4859 . 10^{-14} U}$$

$$m_p = 1,6726 . 10^{-27} . 10^{27} / 1,6605 \; U \Rightarrow \boxed{m_p = 1,0072 \; U}$$

pareil pour le neutron :

$$m_n \simeq 1,6749 . 10^{-27} kg$$

Remarque :

* Les nucléons (p, n) ont presque la m masse
* $R = \frac{m_p}{m_e} \simeq 183$

$$m_{p,n} >>> m_e .$$

* la masse de l'atome est concentré dans son noyau.

$$\underbrace{m(X)}_{atom} \simeq \underbrace{m_n(X)}_{noyau}$$

b) équivalent en énergie

* $m_e = 5,4859 . 10^{-4} U$

On sait que : $1U = 931,5 \; MeV/c^2$

Il vient que : $m_e \simeq 5,4859 . 10^{-4} \times 931,5 \; MeV/c^2$

$$\boxed{m_e = 0,5110 \; MeV/c^2}$$

une paire (e^-, e^+)

$E = 2m_e = 2 \times 0{,}511\ MeV/c^2$

$$\boxed{2m_e = 1{,}022\ MeV/c^2}$$

pour le proton :

$m_p = 1{,}0072 \times 931{,}5\ MeV/c^2$

$$\boxed{m_p = 938{,}206\ MeV/c^2}$$

pareil pour le neutron :

$m_n \simeq 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ Kg$

$$\boxed{m_n = 1{,}00864}$$

pareil pour le neutron

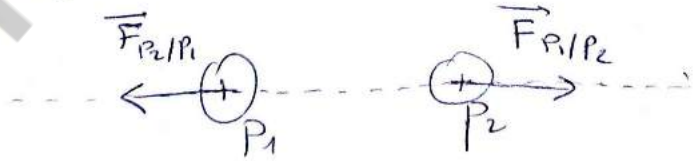
$m_n = 1{,}0086 \times 931{,}5\ MeV/c^2$

$$\boxed{m_n \simeq 939{,}5109\ MeV/c^2}$$

Exercice 8 : Intéraction au niveau de l'atome.

• Etude qualitative

a) au niveau du noyau



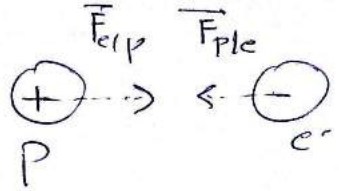
$\vec{F}_{P_1/P_2} = -\vec{F}_{P_2/P_1}$

Interaction mutuelle repulsive

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2_{P_1P_2}} = 9 \cdot 10^9 \times \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{\underbrace{(10^{-5})^2}_{1\ fm}} \quad (SI)$$

$$\boxed{F = 230{,}4\ N} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} m = 23\ Kg \\ g = 10 \end{cases}} \quad \vec{P} = m\vec{g}$$

b- interaction entre e^- et p



Interaction Mutuel d'attraction.

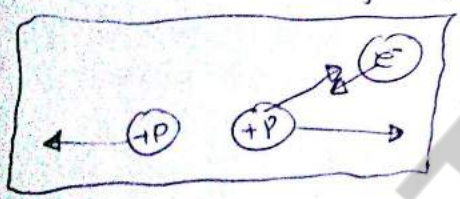
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_{ep}^2}$$

$$= 9,10^9 \cdot \frac{(1,6\cdot 10^{-19})^2}{\underbrace{(10^{-10})^2}_{A^\circ}}$$

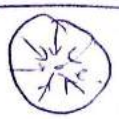
$$\boxed{F = 230,4\cdot 10^{-10}\,N}$$

<u>Remarque</u>

* Normalement la force electrostatique doit dissocier le noyau



⇒ On déduit qu'il y a une force attractive plus "forte" que la force électrostatique. responsable de la <u>cohesion</u> du noyau.



* force électrostatique participe à la cohesion

b) $\mathbb{R} = \frac{F_{pp}}{F_{ep}} = \frac{230,4\,N}{230,4\cdot 10^{-10}\,N} \Rightarrow \boxed{\mathbb{R} = 10^{10}}$

$F_{pp} \gg F_{pe}$

(1

Forces fondamentals

- F. Gravitationnelle (Très faible ⇒ négligeable)
- F. Electromagnétisme
- F. "forte"
- F. "faible" (c'est la responsable sur les désintégration β)

• On ne parlera jamais de la gravitation en physique atomique et physique nucléaire.

Exercice 9 : Dgt : (Energie d'un photon)

$\boxed{E = h \cdot \nu}$ ⇝ la dualité onde-corpuscule.

ν : fréquence (θ. ondulatoire) → Diffraction, Interférence (onde)

h : cste de plank (M. quantique) → effet photo électrique, effet compton (corpuscule)

• La lumière possède un double aspect (onde et corpuscule)

$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{1}{T} = \frac{h}{c} \cdot \frac{c}{T} = \frac{hc}{\lambda} = k \times \frac{1}{\lambda} \; ; \; k = h \cdot c$$

b) $k = \underset{J \cdot s}{6,62 \cdot 10^{-34}} \cdot \underset{m \cdot s^{-1}}{3 \cdot 10^{8}}$

$$\boxed{k = 19,86 \cdot 10^{-26} \; J m}$$

$k \equiv$ $E \longrightarrow eV$

$\lambda \longrightarrow nm$

j

On sait que

$1m = 10^9 nm$

$1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J \rightarrow 1J = \frac{1eV}{1,6 \cdot 10^{-19}}$

alors la cste k

$$k = \frac{19,86 \cdot 10^{-26} \cdot 10^9}{1,6 \cdot 10^{-19}} \quad eV\,nm$$

$$\boxed{k = 1,2 \quad eV.nm}$$

Exercice 10 & 11 :

objectif : L'hypothèse de de Broglie.

- Traitement non relativiste (EX 10)
- " relativiste (EX 11)

$\beta = \frac{v}{c}$ → non relativiste si $\beta \leq 0,1$ c'à d $v \leq \frac{c}{10}$

→ relativiste si $\beta > 0,1$ c.à.d $v > \frac{c}{10}$

non Relativiste : $E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2$; $P = m_0 v$

Relativiste : $E = E_c + m_0 c^2$ $\quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$

$P = m_0 \gamma v$ $\quad \boxed{E = m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$

(j)

Remarque : Les équation relativiste sont aussi valable pour $v < \frac{c}{10}$

- $v \simeq c \Rightarrow$ particul. ultrarelativiste $v = 0{,}99c$.

La vitesse de $\nu \cancel{>} c$: problème de cablage

neutrino

$$p \longrightarrow n + e^{+} + \nu_e$$

proton, neutron, positron

prix nobel 2015

$m(\nu_e) \neq 0$

hypothèse de de Broglie

generalisé $\Rightarrow$ à tout corpuscule en mouvement (P) on associe une onde

$$\boxed{\lambda = h/p}$$

* echelle macroscopique : $\lambda = \frac{h}{mv} \simeq \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{1 \times \sim} \sim 10^{-34}\,m$

$\lambda \ll \Rightarrow$ onde non observable.

Exercice 10 :

a) $\lambda = \frac{h}{P}$

b) $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,Kg$; $E_c = 1000\,eV$.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0 v}$$

Supposon que la particul est non relativiste

↳ vérification

calculer v

↳ $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \left(\frac{2 \times 1000 \times 1{,}6.10^{-19}}{1{,}67.10^{-27}}\right)^{1/2}$$ (K)

$$\boxed{v = 4{,}3774.10^5 \ m.s^{-1}}$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{4{,}3774.10^5}{3.10^8} = m.10^{-3}$$

$\beta \ll 0{,}1$

$\rightsquigarrow$ Le proton est bien non relativiste.

vérification d'unité :

$$v \underset{\text{unité}}{\equiv} \left(J/kg\right)^{1/2}$$

$$\equiv \left(\frac{Kg.m^2.s^{-2}}{Kg}\right)^{1/2} = m.s^{-1} \checkmark$$

$$\lambda \overset{AN}{=} \frac{6{,}62.10^{-34}}{1{,}67.10^{-27}.4{,}3774.10^5}$$

$$\boxed{\lambda = 9{,}0557.10^{-13} \ m}$$

vérification d'unité :

$$\lambda \equiv J.s / Kg.m.s^{-1}$$

$$\equiv Kg\ m^2\ s^{-2}\ s / Kg\ m\ s^{-1}$$

$$\lambda \equiv m$$

(K')

Exercice 11 :

$\underbrace{\lambda = 6,21 \cdot 10^{-4}\ m}_{e^-,\ neutron}$

$\lambda = \frac{h}{p}$ alors $P = \frac{h}{\lambda}$

$P_e = P_n = P = \frac{h}{\lambda}$

les l'e⁻ et le neutron ont la m̂ quantité de mouvement

$P \overset{AN}{=} \frac{6,62 \cdot 10^{-3}}{6,21 \cdot 10^{-14}}$

$P = 1,066 \cdot 10^{-20}\ J.s.m^{-1}$

$P \equiv J.s.m^{-1} = Kg\, m^2.s^{-2}.s.m^{-1}$

$P = Kg \cdot m \cdot s^{-1}$

$\boxed{P = 1,066 \cdot 10^{-2}\ kg\,m/s}$

* Supposons que l'e⁻ est non relativiste.

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$P = m v$

La vitesse de l'e⁻

$v = \frac{P}{m_e} \overset{AN}{=} \frac{1,066 \cdot 10^{-20}}{9,1094 \cdot 10^{-31}}$

On trouve que

$v = 1,17 \cdot 10^{10}\ m.s^{-1} > C$ ⚠

résultat non physique alors

La supposition est fausse → l'e⁻ est relativiste.

* Traitement relativiste :

$$\begin{cases} E = E_c + m_0 C^2 \\ E^2 = p^2 C^2 + m_0^2 C^4 \end{cases}$$

(l)

$$(E_c + m_0c^2)^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$E_c + m_0c^2 = \pm(p^2c^2 + m_0^2c^4)^{1/2}$$

alors :

$$E_c = -m_0c^2 \pm (p^2c^2 + m_0^2c^4)^{1/2}$$

2 solutions

or L'énergie cinétique est positive

$$\Rightarrow \boxed{E_c = -m_0c^2 + (p^2c^2 + m_0^2c^4)^{1/2}}$$

$m_e c^2 \simeq 0,511$ MeV ; $P = 1,066.10^{-20}$ J.m⁻¹.s

$$P.C = \frac{1,066.10^{-20} \cdot 3.10^8}{\underbrace{1,6.10^{-19}}_{J \to eV} \cdot 10^6} \text{ MeV}$$

$$\boxed{P.C \simeq 20 \text{ MeV}}$$

. Dans le cas d'un e^- :

$$E_c \overset{AN}{=} -0,511 + ((20)^2 + (0,511)^2)^{1/2}$$

L'énergie cinétique de l'e^- : $\boxed{E_c = 19,5 \text{ MeV}}$

. Dans le cas du neutron.

$$E_c = -939,6 + ((20)^2 + (936,6)^2)^{1/2}$$

$$E_c = 0,21 \text{ MeV}$$

(l')

Exercice à fait:

- montrer que β neutron est non relativiste ($\beta < 0,1$)
- calculer E_c en utilisant le traitement non relativiste

Exercice 12 : Nomoclature des noyaux.

$^{A}_{Z}X$

A → nombre de masse (nbr de nucléons) $P+n$

Z → numéro atomique. (c'est le nbr de proton)

X → élément chimique

ainsi $N = A - Z$ c'est le nombre de neutrons.

(hydrogène) $^{1}_{1}H$ $Z = 1$ → 1 proton ; $A = 1$ → 0 neutron

$^{3}_{2}He \longrightarrow Z = 2 \Rightarrow 2p$, $A = 3 \Rightarrow 1n$

(deuterium) $^{2}_{1}H$ $Z = 1 \Rightarrow 1$ proton ; $A = 2 \Rightarrow 1$ neutron

$^{4}_{2}H \xrightarrow{\alpha} Z = 2 \Rightarrow 2p$, $A = 4 \Rightarrow 2n$

$^{4}_{2}H$ c'est la particule α.

(tritium) $^{3}_{1}H$ $Z = 1 \Rightarrow 1$ proton ; $A = 3 \Rightarrow 2$ neutron

question b)

Isotopes : m̂ $Z \Rightarrow$ m̂ élément chimique $\Rightarrow$ $\boxed{\text{m̂ propriété chimique}}$

$^{1}_{1}H$, $^{2}_{1}H$ et $^{3}_{1}H$ (isotopes d'hydrogène)

$^{3}_{2}He$ et $^{4}_{2}He$ (isotopes de l'helium)

Isotones : m̂ nbr de neutrons $^{2}_{1}H$ et $^{3}_{2}He$; $^{3}_{1}H$ et $^{4}_{2}H$

Isobares : m̂ nbr de Nucleons (A) : $^{3}_{1}H$ isobare $^{3}_{2}He$.

notes :

(m)

$v \leq \frac{c}{10}$

$\underline{P} = m_0 v$

$E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2$

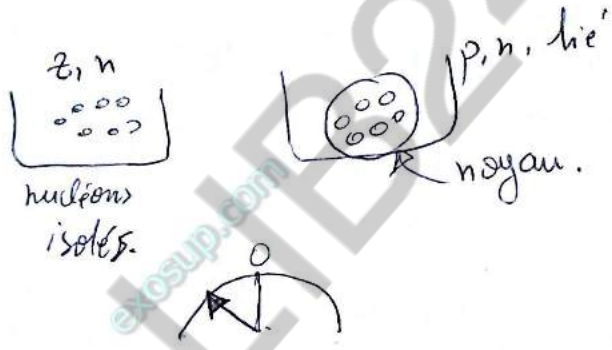
$v > \frac{c}{10}$

$P = \gamma m_0 v$ $\quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$E = E_c + m_0 c^2$

$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$

Exercice 13 : énergie de Liaison et défaut de masse.



nucléons isolés > nucléons Liés.

$$\underbrace{Zm_p + (A-Z)m}_{\text{masse des nucléons isolé}} - m\left({}^{A}_{Z}X\right) = \Delta = \frac{B}{c^2}$$

$$\boxed{\Delta \cdot c^2 = B}$$ Energie de liaison (totale)

* Energie de Liaison par nucléons

$$\boxed{b = \frac{B}{A}}$$

m'

$$^{235}_{92}U$$

a) $Z = 92$ protons

$A = 235 \Rightarrow (235 - 92) = 143$ neutrons.

b) $\Delta = Z m_p + (A - Z) m_n - m(^{A}_{Z}X)$

$= 92 m_p + 143 m_n - m(^{235}_{92}U)$

$= 92 \times 1{,}007284 u + 143 \times 1{,}008664 u - 234{,}993324$

$\boxed{\Delta = 1{,}91482 u}$

On sait que $1u = 1{,}66054 \, 10^{-27}$

$D = 1{,}91482 \times 1{,}66054 . 10^{-27}$ kg

$D = 3{,}17964 . 10^{-27}$ kg

c) Energie de liaison.

$B = \Delta . c^2 = 3{,}17964 . 10^{-27} \times (3 . 10^8)^2$ J

alors $B = 2{,}86168 . 10^{10}$ J

<u>en Mev</u> 1ère méthode :

Comme $u = 931{,}5$ Mev/c^2

$B = \Delta . c^2 = 1{,}91482 \times 931{,}5$ Mev

$\boxed{B = 1783{,}65 \text{ Mev}}$

2ème méthode

(h)

$$1eV = 1,602177.10^{-19} J$$

$$B = \frac{2,86168.10^{-10}}{1,602177.10^{-19} \times 10^{6}} MeV$$

MeV

$$\boxed{B = 1786,13 \ MeV}$$

il y a une différence entre 1ère et 2ème méthode du à la valeur de $C = 10^8$ (= 2,9 ....)

•

$$b = \frac{B}{A} = \frac{1783,65}{235} MeV$$

$$\boxed{b = 7,59 MeV}$$

•

b_U	b_{Ra}
* 7,59 MeV	* 7,66 MeV

on déduit comme $b_{Ra} > b_U$ que le noyau du radium est plus stable que celui de l'uranium

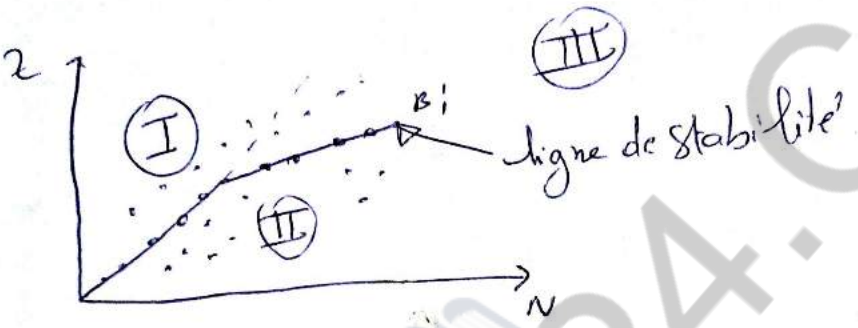
Notes :

(n')

jusqu'à 2014.

3156 isotopes (Naturel et artificiel)

275 isotopes sont stables



carte des Nuclides

$$\begin{cases} A \leq 20 \Rightarrow N = Z \\ A > Z \Rightarrow N = 1{,}7\,Z \end{cases}$$

(I) : $Z > N$ (excès de proton riche en proton)

transformé P au n

* Loi de conservations
* E : Energie

  P = qt de mouvement
* Q : charge
* N : nbr de nucléon ($P \rightarrow e^+$)

  $N = 1 \neq 0$
* $\mathcal{L}$: nbr de Leptons

leptons :

0

* $e^- \longrightarrow l_e = 1$	$e^+ \longrightarrow l_e = -1$
$\mu^- \longrightarrow l_\mu = 1$	$\mu^+ \longrightarrow l_\mu = -1$
$\tau^- \longrightarrow l_\tau = 1$	$\tau^- \longrightarrow l_\tau = -1$
* $\nu_e \longrightarrow l_e = 1$	$\bar{\nu}_e \longrightarrow l_e = -1$
$\nu_\mu \longrightarrow l_\mu = 1$	$\bar{\nu}_\mu \longrightarrow l_\mu = -1$
$\nu_\tau \longrightarrow l_\tau = 1$	$\bar{\nu} \longrightarrow l_\tau = -1$

I : $P \xrightarrow{\beta^+} n + e^+ + \nu_e$

q	1	0
N	1	1
l_e	0	-1

$P \xrightarrow{\beta^+} n + e^+ + \nu_e$. $Z \searrow$

$${}^{A}_{Z}X \xrightarrow{\beta^+} {}^{A}_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e$$

* Exemple : ${}^{48}_{23}V \xrightarrow{\beta^+} {}^{48}_{22}Y + e^+ + \nu_e$

${}^{48}_{22}Y$: ${}^{48}_{22}Ti$ (titane)

(II) $Z < N$ (riche en neutron)

$$n \xrightarrow{\beta^-} p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$\varphi : 0 \qquad 1$

$N = 1 \qquad 1$

$\ell_e = 0 \qquad 1 \quad + (-1)$

$$n \xrightarrow{\beta^-} p + e^- + \bar{\nu}$$

$$^{A}_{Z}X \xrightarrow{\beta^-} {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu}_e \qquad Z \nearrow$$

* Exemple :

$$^{14}_{6}C \xrightarrow{\beta^-} {}^{14}_{7}Y + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$^{14}_{7}Y \equiv {}^{14}_{7}N \text{ (azote)}$$

III. noyau lourd (riche en proton et neutron)

$$^{A}_{Z}X \xrightarrow{\alpha} {}^{A-4}_{Z-2}Y + \underbrace{^{4}_{2}He}_{\alpha}$$

* Exemple :

$$^{235}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{231}_{90}Y + {}^{4}_{2}He$$

$$^{231}_{90}Y \equiv {}^{231}_{90}Th \text{ (thorium)}$$

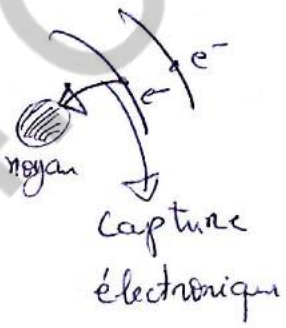
~~Cap~~

(P)

La capture électronique :

compétition avec β^+

$$P_{noyau} + e^- \xrightarrow{C.E} n + \nu_e$$



$$^{A}_{Z}X + e^- \xrightarrow{C.E} {}^{A}_{Z-1}Y + \nu_e$$

Remarque : La C.E est moins exigente en énergie que β^+

→ plus probable que β^+

* Exemple : $^{48}_{23}V + e^- \xrightarrow{C.E} {}^{48}_{22}Ti + \nu_e$

$$\beta^+ \begin{cases} P \longrightarrow n + e^+ + \nu_e \\ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e \end{cases}$$

$$C.E \begin{cases} P + e^- \longrightarrow n + \nu_e \\ {}^{A}_{Z}X + e^- \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu_e \end{cases}$$

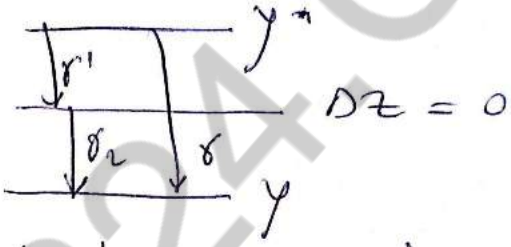
$$\beta^- \begin{cases} n \longrightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e \\ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \overline{\nu}_e \end{cases}$$

$$\alpha \begin{cases} {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He \end{cases}$$

<u>Remarque</u> : très souvent le noyau fils (Y) est produit loi de son état fondamental. (P')

Dexcitation du noyau.

$$Y^* \longrightarrow Y + \gamma$$



* <u>Exemple</u> :

$$^{24}_{11}Na^* \longrightarrow {}^{24}_{11}Na + \gamma$$

excité (ordre de seconde)

$Y^{(m)} \longrightarrow$ isomère. (long temps) heures.

type de Désintégration

β^+ : $p \longrightarrow n + e^+ + \nu_e$

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e$$

CE : $p + e^-_\ell \longrightarrow n + \nu_e$

$${}^{A}_{Z}X + e^-_\ell \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu_e$$

e^-_ℓ → lié

β^- : $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu}_e$$

α : ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$

Les éscitations :

① **γ**

$$Y^* \longrightarrow Y + (\gamma)$$

② Le noyau peut communiquer l'éscité d'E à un des e^-

* Défaut de masse & Energie de Liaison (DM & EL)

$\boxed{I}$ → composition

${}^{A}_{Z}X$ → Z proton ; $A - Z$ neutron

3 étapes :
- $\boxed{I}$ composition
- $\boxed{II}$ Défaut de masse (DM)
- $\boxed{III}$ Energie de liaison (EL)

$\boxed{II}$ → (DM)

① $\Delta = f(m_p, m_n, m(X))$

donnée : $(m_p, m_n, m(X))$ ← masse du noyau.

$$\boxed{Zm_p + (A-Z)m_n - m({}^{A}_{Z}X) = \Delta} \quad (I)$$

② $\Delta = f(m_p, m_n, M(X))$

on sait que : $M({}^{A}_{Z}X) = m({}^{A}_{Z}X) + Z(m_e) - \underbrace{E_{liaison}(e)}_{=0}$ l'energie de liaison des e^- ≃ eV → négligé

$$\Delta = Zm_p + (A-Z)m_n - M(X) + Zm_e$$

$$\boxed{\Delta = Z(m_p + m_e) + (A-Z)\, m_n - M\left({}^{A}_{Z}X\right)} \quad \text{II}$$

$$\Delta\left(m_n, m_p, m_e, M(X)\right)$$

$$\text{III} \quad \boxed{\Delta = Z\, M\left({}^{1}_{1}H\right) + (A-Z)\, m_n - M\left({}^{A}_{Z}X\right)}$$

$$\Delta\left(M(H), m_n, M(X)\right)$$

III Energie de liaison

$$B(A,Z) = \underbrace{\Delta(A,Z)}_{u \cdot c^2 = 931{,}5\ \text{Mev}}\, c^2$$

énergie de liaison par nucléon

$$b(A,Z) = \frac{B(A,Z)}{A} = [\text{Mev/nucléon}]$$

Série 2 de travaux dirigés

I. On considère trois ensembles constitués de trois protons et de trois neutrons répartis de façons suivantes :

Cas 1 : six nucléons isolés ;

Cas 2 : un noyau ^{2}H et un noyau ^{4}He,

Cas 3 : un noyau ^{6}Li.

a. Calculer les masses des deux premiers ensembles exprimées en u.
b. Comparer les masses respectives des trois ensembles. Que peut-on en conclure ?
c. Calculer l'énergie de liaison par nucléon pour ^{6}Li.

Données : Masses du proton et du neutron : m_p = 1,007277 u et m_n = 1,008665 u ;
Énergies de liaison par nucléon de ^{2}H et ^{4}He : b_d = 2,225 MeV et b_α = 7,07 MeV ;
Masse de ^{6}Li : M'(^{6}Li) = 6,01348 u

II. La masse atomique du $^{86}_{38}Sr$ est 85,909262 u.

a. Donner le rayon nucléaire approximatif R de cet isotope du strontium.
b. Calculer l'énergie de liaison de Sr-86
c. Calculer l'énergie de liaison par nucléon.

Données : Masses du proton et du neutron : m_p = 1,007277 u et m_n = 1,008665 u.

III. 1. Préciser la composition de l'isotope $^{6}_{3}Li$.

2. Calculer le défaut de masse de ce noyau, en unité de masse atomique.

3. Calculer, en MeV, l'énergie de liaison totale de ce noyau.

4. Calculer l'énergie de liaison par nucléon de ce noyau.

Données : Masse du neutron m_n = 1,008665 u ; masse du proton m_p = 1,007277 u ; masse du noyau de lithium 6 : m ($^{6}_{3}Li$) = 6,015123 u, 1 u = 931,5 MeV/c^2.

IV. 1. Exprimer les énergies de séparation du neutron $S_n(A,Z)$, du proton $S_p(A,Z)$, et de la particule alpha $S_\alpha(A,Z)$ en fonction :

a. des masses des atomes considérés.
b. des énergies de liaison totales des noyaux considérés

2. Calculer Sn et Sp dans le noyau $^{87}_{37}Rb$

Données : Masse atomiques : $M(^{86}_{37}Rb) = 85{,}93736u$ $M(^{87}_{37}Rb) = 86{,}92950u$; $M(^{86}_{36}Kr) = 85{,}93658u$; $M(^{1}_{1}H) = 1{,}007825u$; m_n = 1,008665 u.

V. On considère trois isotopes du nickel de masses atomiques : M(^{60}Ni) = 59,930787 u ; M(^{61}Ni) = 60,931056 u ; M(^{62}Ni) = 61,928342 u.

1. Déterminer l'énergie totale de liaison et l'énergie de liaison par nucléon de ^{60}Ni.

2. Déterminer l'augmentation de l'énergie totale de liaison quand on ajoute un neutron pour former ^{61}Ni.

3. Déterminer l'augmentation de l'énergie totale de liaison quand on ajoute un neutron à ^{61}Ni pour former ^{62}Ni.

4. Expliquer la différence des résultats des deux questions précédentes par des considérations d'énergie de séparation.

5. ^{58}Ni est stable mais ^{59}Ni se désintègre par capture électronique pour former ^{59}Co qui est stable. Ecrire la réaction de désintégration. Quel type de force nucléaire est responsable en premier de cette radioactivité.

Données : masse atomique du $M(^{58}Ni) = 57{,}935342$ u ; $M(^{59}Ni) = 68{,}934343$ u ; $M(^{59}Co) = 58{,}933190$ u ; $m_n = 1{,}008665$ u ; $M_H = 1{,}007825$ u.

Z	symbole	Elément
87	Fr	Francium
86	Rn	Radon
85	At	Astate
84	Po	Polonium

VI. L'isotope $^{226}_{88}Ra$ du radium se transforme spontanément en un noyau $^{A}_{Z}X$ en émettant une particule α

1. Ecrire la réaction de désintégration du $^{226}_{88}Ra$. Choisir, dans le tableau ci-contre le nom du noyau X.
2. Ecrire les expressions des défauts de masse nucléaire $\Delta m'$ en u.m.a. des trois noyaux $^{226}_{88}Ra$, $^{A}_{Z}X$ et α :

noyau	$^{226}_{88}Ra$	$^{A}_{Z}X$	α
$\Delta m'$ [u.m.a.]	$185\,910 \times 10^{-5}$	$183\,859 \times 10^{-5}$	$30\,377 \times 10^{-6}$

3. Calculer la perte de masse en u.m.a. dans la désintégration $^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \alpha$.
4. Cette désintégration libère t-elle de l'énergie ? Expliquer brièvement.
5. Déterminer l'énergie de liaison par nucléon pour les trois noyaux $^{226}_{88}Ra$, $^{A}_{Z}X$ et α :

VII. Soit un atome de potassium (K) caractérisé par un numéro atomique et un nombre de masse égaux respectivement à 19 et à 39.

1. Préciser la composition de cet atome et donner le symbole de son noyau.
2. Combien de neutrons peut-il y avoir dans un noyau de potassium naturel, sachant que cet élément possède trois isotopes K-39, K-40 et K-41 ?
3. La masse atomique et l'abondance isotopique des trois isotopes naturels du potassium sont données dans le tableau ci-contre. Calculer la masse molaire atomique du potassium naturel.

Isotope	Masse atomique [u]	Abondance isotopique [%]
^{39}K	38,963 708	93,258
^{40}K	39,963 996	0,012
^{41}K	40,962 417	6,730

4. Sachant que dans un litre d'eau minérale, il y a 2×10^{20} ions de potassium (K^+), calculer le nombre de chaque isotope que l'on consomme lorsqu'on boit un litre de cette eau.
5. Les noyaux de K-40 se transforment par capture électronique en dégageant une énergie égale à 1505 keV
   a. Ecrire l'équation de la transformation radioactive du K-40
   b. Quelle est l'énergie cinétique totale des produits de la désintégration du K-40 ?
   c. Quelle est la radiation ou la particule qui emporte la plus grande partie de l'énergie cinétique ?

VIII. Soit les isobares $^{55}_{25}Mn$ et $^{55}_{26}Fe$

1. Expliquer quel est l'isobare radioactif et écrire l'équation de sa désintégration.
2. Calculer l'énergie cinétique libérée lors de cette désintégration.

Données : masses atomiques : $M_{Fe\text{-}55} = 54{,}938302$ u ; $M_{Mn\text{-}55} = 54{,}938050$ u. $m_e c^2 = 0{,}511$ MeV ; 1 u = 931 MeV/c^2 ; Energie de liaison d'un électron de la couche K de l'ordre de 10 keV.

IX. Écrire les lois de conservation de l'énergie et retrouver les conditions d'instabilités nucléaires des désintégrations α, β^-, β^+, C.E. et γ.

X. On procède à un examen médical appelé « scintigraphie thyroïdienne » en utilisant les isotopes 131 $\left(^{131}_{53}I\right)$ ou 123 $\left(^{123}_{53}I\right)$ de l'iode.

Données : Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02\ 10^{23}\ mol^{-1}$; Masse molaire de l'iode $^{131}_{53}I$: M = 131 g.

Quelques symboles d'éléments chimiques :

antimoine	tellure	iode	xénon	césium
$_{51}Sb$	$_{52}Te$	$_{53}I$	$_{54}Xe$	$_{55}Cs$

Pour cette scintigraphie, un patient avale une masse m = 1,0 µg de l'isotope $^{131}_{53}I$.

1. Donner la composition du noyau $^{131}_{53}I$.

2. Calculer le nombre N_0 d'atomes radioactifs initialement présents dans la quantité d'iode absorbée. L'instant où l'iode est avalé est pris comme origine des dates.

3. L'isotopes $^{131}_{53}I$ est radioactif β^-. Ecrire l'équation de désintégration. On admet que le noyau fils produit n'est pas dans un état excité.

4. La période du radio-isotope $^{131}_{53}I$ vaut 8,0 jours.

4.1. Calculer l'activité a_0 de 1 µg d'iode 131.

4.2. Calculer dans le système international, l'activité **a** de l'échantillon $^{131}_{53}I$ à l'instant de l'examen médical, sachant que l'examen est pratiqué quatre heures après l'ingestion de l'iode radioactif $^{131}_{53}I$.

5. La période de l'isotope $^{123}_{53}I$ est 13,2 heures.

On considère maintenant que le patient absorbe une quantité d'isotope $^{123}_{53}I$ telle que l'activité initiale de cet isotope soit la même que l'activité initiale a_0 de l'isotope $^{131}_{53}I$ trouvée ci-dessus.

L'activité **a**, calculée à la question 4.2, sera-t-elle atteinte après une durée identique, plus petite ou plus grande qu'avec l'isotope $^{131}_{53}I$ de l'iode ? Justifier.

XI. Le radionucléide $^{99}Tc^m$ est issu de la désintégration β^- du $^{99}_{42}Mo$.

1. Ecrire la réaction de formation de $^{99}Tc^m$.

2. $^{99}Tc^m$ est émetteur γ. Ecrire la réaction désintégration de $^{99}Tc^m$.

3. Soit une substance radioactive contenant à un instant t_0 du ^{99}Mo pur, d'activité spécifique 50 MBq/ml

a. Calculer le volume V_0 d'activité a_{01} = 80 MBq à t_0.

b. Calculer le nombre N_{01} de noyaux de ^{99}Mo présents à t_0 (dans V_0).

c. Combien de noyaux de ^{99}Mo reste-il au bout de $2T_1$?

d. Combien de noyaux de ^{99}Mo se sont désintégrés pendant l'intervalle de temps égal à $2T_1$?

e. Calculer le nombre N_2 de noyaux de $^{99}Tc^m$ présents à l'instant $t = (t_0 + 2T_1)$.

f. Quel est le nombre de photons gamma émis par seconde à cet instant par la solution ?

Données : Période radioactive de ^{99}Mo : T_1 = 2,77 jours ; Période radioactive de $^{99}Tc^m$: T_2 = 6 heures ; Nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$.

Série 2

(A2)

Exercice II : Défaut de masse & E. liaison

données : $m_e \simeq 0,000548\ u$

1er étape : Composition

b) $^{86}_{38}Sr$ → $Z = 38$ protons ; $\underbrace{(86-38)}_{48}$ neutrons

2ème étape : Défaut de masse.

$\underbrace{M(Sr), m_p, m_n, m_e}_{2^{ème}\ \text{Relation}\ \Delta}$

Le D.M :

$$\Delta = Z(m_p + m_e) + (A-Z)m_n - M\left(^{A}_{Z}X\right)$$

$$\Delta^{AN} = 38(1,007477 + 0,000548) + 48 \times 1,008665 - 85,9092626$$

$$\boxed{\Delta = 0,805376\ u}$$

3ème étape : Énergie de liaison

Alors L'énergie de liaison totale

$$B(Sr) = \Delta . c^2 = 0,805376 \times 931,5\ MeV$$

$$\boxed{B = 750,20\ MeV}$$

L'énergie de liaison par nucléon

$$b = \frac{B}{A} = \frac{750,20}{86} = 8,72\ MeV/nucléon \qquad \boxed{b = 8,72\ MeV/nucléon}$$

a) Le rayon d'un noyau $^{A}_{Z}X$

$$\boxed{R = 1,2\ A^{1/3}\ fm} = 1,2\sqrt[3]{86}\ fm = 5,29\ fm$$

A'_2

Exercice III : $\left({}^{6}_{3}Li\right)$

I) ${}^{6}_{3}Li$ → $Z=3$ protons ; 3 neutrons

II) Défaut de masse : $\underbrace{m_n, m_p, m(Li)}_{\text{Relation (1)}}$

$$\Delta = Z m_p + (A-Z) m_n - m(X) = 3(m_p + m_n) - m(X)$$

$$\Delta = 3(1{,}007277 + 1{,}008665 - 6{,}015123)$$

$$\boxed{\Delta = 0{,}032703\ u}$$

III) $B(Li) = \Delta \cdot c^2$

$$B = 0{,}032703 \times 931{,}5\ MeV = \boxed{30{,}46\ MeV}$$

IV) Energie de liaison par nucléon

$$b = B/A = \frac{30{,}46}{6} = \boxed{5{,}07\ MeV/nucléon}$$

Exercice IV : Energie de Séparation

$${}^{A}_{Z}X \equiv (A, Z) \ ; \ {}^{6}_{3}Li \equiv (6, 3)$$

Définition de l'énergie de Séparation du dernier neutron S_n

${}^{A}_{Z}X$:  $+ S_n \longrightarrow$ $+ \circ$

$$(A, Z) + S_n \longrightarrow (A-1, Z) + n$$

B_2

* Conservation de l'énergie totale ($E_i = E_f$)

$$S_n + m(A,Z)\cdot c^2 + 0 = m(A-1,Z)c^2 + m_n c^2$$

au repos {on a pas les termes des énergies cinétique}

$$\boxed{S_n = \left[m(A-1,Z) - m(A,Z) + m_n\right] \times c^2}$$ en f° des masses du noyau

* en f° des masses atomiques.

$$M(A,Z) = m(A,Z) + Z\, m_e$$

$$m(A,Z) = M(A,Z) - Z m_e \rightarrow m(A-1,Z) = M(A-1,Z) - Z m_e$$

$$S_n(A,Z) = \left[M(A-1,Z) - \cancel{Z m_e} - M(A,Z) + \cancel{Z m_e} + m_n\right]\cdot c^2$$

$$\rightarrow \boxed{S_n(A,Z) = \left[M(A-1,Z) - M(A,Z) + m_n\right]\cdot c^2}$$

* L'Energie de séparation du dernier protons

$$\underset{(A,Z)}{\bigcirc} + S_p \longrightarrow \underset{(A-1,Z-1)}{\bigcirc} + P$$

Bilan Energitique :

$$S_p + m(A,Z)\cdot c^2 = m(A-1,Z-1)c^2 + m_p c^2$$

$$S_p = \left[m(A-1,Z-1,Z-1) - m(A,Z) + m_p\right]\cdot c^2$$

B_2'

en f° des masse atomiques :

$m(A,Z) = M(A,Z) - Zm_e$

$m(A-1,Z-1) = M(A-1,Z-1) - (Z-1)m_e$

Alors : $S_p = [M(A-1,Z-1) - (Z-1)m_e - M(A,Z) + Zm_e + m_p] \cdot c^2$

$= [M(A-1,Z-1) - M(A,Z) + \underbrace{m_p + m_e}_{M(1,1)}] \cdot c^2$

$$\boxed{S_p = [M(A-1,Z-1) - M(A,Z) + M(1,1)] \cdot c^2}$$

* Energie de séparation des α

$(A,Z) + S_\alpha \longrightarrow (A-4, Z-2) + {}^4_2He$

$m(A,Z)c^2 + S_\alpha(A,Z) = m(A-4,Z-2)c^2 + m(4,2) \cdot c^2$

$$\boxed{S_\alpha(A,Z) = [m(A-4,Z-2) - m(A,Z) + m(4,2)] \cdot c^2}$$

$= M(A-4,Z-2) - (Z-2)m_e - M(A,Z) + Zm_e$

$+ M(4,2) - 2m_e] \cdot c^2$

$$\boxed{S_\alpha(A,Z) = [M(A-4,Z-2) - M(A,Z) + M(4,2)]c^2}$$

* L'énergie de séparation en fonction des énergies de liaison

$S_n(A,Z) = (m(A-1,Z) - m(A,Z) + m_n) \cdot c^2$

. $m(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n - \Delta(A,Z)$

$m(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n - \dfrac{B(A,Z)}{c^2}$

. $m(A-1,Z) = Zm_p + (A-Z-1)m_n - \dfrac{B(A-1,Z)}{c^2}$

$\Rightarrow S_n(A,Z) = [Zm_p + (A-Z-1)m_n - B(A-1,Z)/c^2$

$- Zm_p - (A-Z)m_n + B(A,Z)/c^2 + m_n] c^2$

C_2

$$S_n(A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$$

de même

$$S_p(A,Z) = \left[(\cancel{Z}-1)m_p + \cancel{(A-Z)}m_n - \frac{B(A-1,Z-1)}{c^2}\right.$$

$$\left. - Zm_p - \cancel{(A-Z)}m_n + \frac{B(A,Z)}{c^2} + m_p\right]\cdot c^2$$

$$S_p(A,Z) = \left[B(A,Z) - B(A-1,Z-1)\right]$$

de même

$$S'_\alpha(A,Z) = \left[m(A-4,Z-2) - m(A,Z) + m(4,2)\right]c^2$$

$$= \left[(Z-2)m_p + (A-Z-2)m_n - \frac{B(A-4,Z-2)}{c^2}\right.$$

$$- Zm_p - (A-Z)m_n + \frac{B(A,Z)}{c^2}$$

$$\left. + 2m_p + 2m_n - \frac{B(4,2)}{c^2}\right]c^2$$

$$S_\alpha(A,Z) = B(A,Z) - B(A-4,Z-2) - B(4,2)$$

- $S_n(A,Z) = \left[m(A-1,Z) - m(A,Z) + m_n\right]c^2$
  $S_n(A,Z) = \left[M(A-1,Z) - M(A,Z) + m_n\right]c^2$
  $S_n(A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$
- $S_p(A,Z) = \left[m(A-1,Z-1) - m(A,Z) + m_p\right]c^2$
  $S_p(A,Z) = \left[M(A-1,Z-1) - M(A,Z) + M(1,1)\right]c^2$
  $S_p(A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z-1)$

C_2'

$S_\alpha(A,Z) = [m(A-4,Z-2) - m(A,Z) + m(4,2)]c^2$

$S_\alpha(A,Z) = [M(A-4,Z-2) - M(A,Z) + M(4,2)]c^2$

$S_\alpha(A,Z) = B(A,Z) - B(A-4,Z-2) - B(4,2)$

2) calculer S_n et S_p dans le noyau $^{87}_{37}Rb$

- $S_n(A,Z) = [M(A-1,Z) - M(A,Z) + m_n]\cdot c^2$

$\rightarrow S_n(87,37) = M(86,37) - M(87,37) + m_n]c^2$

AN $= [85,93736 - 86,92950 + 1,008665]\underbrace{u.c^2}_{931,5 MeV}$

$\boxed{S_n(87,37) = 15,39 MeV}$

- $S_p(A,Z) = [M(A-1,Z-1) - M(A,Z) + M(1,1)]c^2$

$S_p(87,37) = [M(86,36) - M(87,37) + M(1,1)]c^2$

$\boxed{S_p(87,37) = 13,88 Mev}$

Rq : $\underbrace{S_n}_{n=50} > S_p$ car $A-Z = 50$, 50 c'est un nombre magique

Rb → 37 protons
Rb → $\boxed{50}$ neutrons → nbr magique

nbr magique : c'est un nombre dont l'énergie de séparation est très grand.

$B_d = 2,225$ Mev
$b_\alpha = 7,07$ Mev/nucléon

D2

Exercice I :

E. de liaison

- Six nucléons (3n, 3p) completement isolé (I)
- Six nucléons (3n, 3p) partiellement liés (^2_1H, ^4_2He) (II)
- $^6_3(Li)$ completement liés (III)

$m_I = 3m_p + 3m_n = 3(1,007277 + 1,008665) = \boxed{6,0478260\,u}$

$m_{II} = m_d + m_\alpha$

$Zm_p + (A-Z)m_n - m(X) = \Delta$
$m(X) = Zm_p + (A-Z)m_n - \Delta$ $\Big\}$ $m_d = m_p + m_n - \Delta d$ $(Z=1, n=1)$

$B_d = \Delta d \cdot c^2 \longrightarrow m_d = m_p + m_n - \frac{B_d}{c^2}$

$\rightarrow \boxed{B_d = 2,225 \text{ Mev}}$

$m_d = [1,007277 + 1,008665]u - \frac{2,225}{931,5}\left(\frac{\text{Mev}}{c^2}\right)$ 1u

$1u = 931,5$ Mev/c^2

$\boxed{m_d = 2,0135037u}$

* $m_\alpha = 2m_p + 2m_n - \Delta\alpha = 2(m_p + m_n) - \frac{B\alpha}{c^2} = 2(m_p + m_n) - \frac{4b_\alpha}{c^2}$

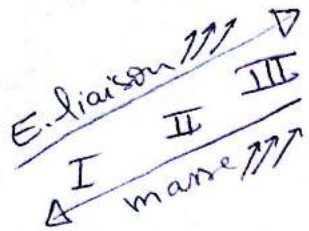
$m_\alpha = 2(1,007277 + 1,008665) - \frac{4 \times 7,07}{931,5} = \boxed{4,0015244\,u}$

$\boxed{m_{II} = 6,0150774u}$

D'2

b) Comparaison des masses

$m_I > m_{II} > m_{III}$ donnée.



Conclusion :
Lorsque La liaison des nucléons croit (nucléon plus liés) La masse décroit.
car une partie de masse se transforme en E. de liaison.

c) Energie de Liaison $^{6}_{3}Li$

$\Delta = 3(m_p + m_n) - m(Li) = 3(1,007277 + 1,008665) - 6,01348$

$\Delta(Li) = 0,0343464$

Liaison total.

$B = \Delta . c^2 = 0,0343464 \times 931,5$ Mev

$B = 31,99$ Mev

L'énergie de liaison par nucléon

$b = \frac{B}{A} = \frac{31,99}{6}$ Mev/nucléon $= 5,33$ Mev/nucléon

E_2

(n)

$$(A,Z) + S_n(A,Z) \longrightarrow (A-1,Z) + n$$

$$S_n(A,Z) = [m(A-1,Z) - m(A,Z) + m_n]\,c^2$$

$$= [M(A-1,Z) - M(A,Z) + m_n]\,c^2$$

$$= B(A,Z) - B(A-1,Z)$$

(p)

$$(A,Z) + S_p(A,Z) \longrightarrow (A-1,Z-1) + p$$

$$S_p(A,Z) = [m(A-1,Z-1) - m(A,Z) + m_p]\,c^2$$

$$= [M(A-1,Z-1) - M(A,Z) + M(1,1)]\,c^2$$

$$= B(A,Z) - B(A-1,Z-1)$$

<u>exemple :</u>

$^{4}_{2}He \rightarrow 2p + 2n$

$^{3}_{1}H \rightarrow 1p + 2n$

Exercice 5 : (isotope de Ni)

E_2'

I) ^{60}Ni

1) compositions

$^{60}Ni \to Z = 28$, $N = 32$

2) Défaut de masse

Données : masse atom, m_n, $M(1,1)$ ⇓ 3ème formule

$$\rightarrow \Delta(A,Z) = Z\overbrace{M(1,1)}^{m_e + m_p} + (A-Z)m_n - M(A,Z)$$

$$\Delta(60,28) = 28\,M(1,1) + 32\,m_n - M(60,28) = \boxed{0{,}565593\ u}$$

3) Energie de liaison totale

$$B(60,28) = \Delta(60,28)\cdot c^2 = 0{,}565593\ \underbrace{u\cdot c^2}_{931{,}5\ MeV}$$

$$\boxed{B(60,28) = 526{,}84\ MeV}$$

$$\rightarrow b(60,28) = \frac{526{,}84}{60} = \boxed{8{,}78\ MeV/\text{nucléon}}$$

II) $^{61}_{28}Ni \to 28p,\ 33n$

$$\Delta(61,28) = [28\,M(1,1) + 33\,m_n - M(61,28)]$$

$$B(61,28) = 534{,}67\ MeV$$

III) $^{62}_{28}Ni \to 28p,\ 34n$

$$\Delta(62,28) = [28\,M(1,1) + 34\,m_n - M(62,28)]$$

$$B(62,28) = 545{,}27\ MeV$$

*

- $B(61,28) - B(60,28) = 7{,}83\ MeV = S_n(61,28)$
- $B(62,28) - B(61,28) = 10{,}6\ MeV = S_n(62,28)$

$\boxed{B(A,Z) - B(A-1,Z)}$

f_2

IV). L'écart d'énergie représente la énergie de séparation des derniers neutrons pour les isotopes (61, 28) et (62, 28) respectivement.

. L'isotope (62, 28) est le plus stable ($S_n \nearrow$)

V) β^+ : $P \xrightarrow{\beta^+} n + e^+ + \nu_e$

$${}^{A}_{Z}X \xrightarrow{\beta^+} {}^{A}_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e$$

C.E : $P + e^-_{\ell} \xrightarrow{CE} n + \nu_e$

↳ de l'atome

$${}^{A}_{Z}X + e^-_{\ell} \xrightarrow{CE} {}^{A}_{Z-1}Y + \nu_e$$

* Application : ${}^{59}_{28}Ni + e^-_{\ell} \longrightarrow \underbrace{{}^{59}_{27}Y}_{{}^{59}_{27}Co} + \nu_e$

* La force nucléaire faible est le responsable en 1er de cette radioactivité.

4. forces :

- gravité porté infini $\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ (cohésion de l'univers)
- EM porté infini $\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ (cohésion de l'atome)
- F. Forte porté finie (qlq fm) (cohésion du noyau)
- F. faible porté finie (qq fm) (Résponsable de la désintégration β {β^+, CE})

f_2'

Les médiateurs

F.E.M — onde — photon → détectable — q_1 — q_2

F.G — "graviton" → on a pas encore détecter — m_1 — m_2

F. Faible — $W^{\pm}$, Z^0 → détectable

F. Forte — "gluon" → non détectable. — quark — quark

6 Quarks : up, Down, strange, beauty, charm, top

Proton (uud)

Exercice 6 : (Désintégration "α")

1)

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

$$^{226}_{88}Ra \longrightarrow \underbrace{^{222}_{86}Y}_{^{222}_{86}Rn} + {}^{4}_{2}He$$

2) Défaut de masse

$$\Delta(A,Z) = Z m_p + (A-Z) m_n - m(A,Z)$$

$\Delta(226,88) = 88m_p + 138m_n - m(226,88)$

$\Delta(222,86) = 86m_p + 136m_n - m(222,86)$

$\Delta(4,2) = 2m_p + 2m_n - m(4,2)$

g2

3) $^{226}_{88}Ra$ → Rn + He + I : transformé en énergie cinétique

$m(Ra).c^2$

I : reste d'énergie (perte de masse)

$I = m(Ra) - m(Rn) - m(He)$

$\Delta(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n - m(A,Z)$

$\rightarrow m(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n - \Delta(A,Z)$

$\Rightarrow I = 88m_p + 138m_n - \Delta(226,88) - 86m_p - 136m_n + \Delta(222,86)$
$- 2m_p - 2m_n + \Delta(4,2) = \Delta(222,86) + \Delta(4,2) - \Delta(226,28)$

$I = [9,867 \cdot 10^{-3}]$ u

4) La désintégration α du radium libère l'énergie :

$Q = E = I \cdot c^2 = 9,19$ MeV (si $Q = 0 \Rightarrow$ Les noyaux fils ne reposes)

cette énergie sera transformé
en énergie cinétique
elle sera partagée entre le Rn
et la particule α.

Rq : La particule <u>legère</u> α prendre plus d'énergie
↘m↘

$T_\alpha > T_{Rn}$ démo : $T_\alpha = f(m_{Ra}, m_\alpha, m_{Rn})$
$T_{Rn} = f(m_{Ra}, m_\alpha, m_{Rn})$

$\begin{cases} E_i = E_f \Rightarrow m_i c^2 = m_f c^2 + Q \\ \vec{P}_i = 0 = \vec{P}_f \Rightarrow P_\alpha + P_{Rn} = 0 \end{cases}$

g'_2

5) $b(226,88) = \frac{B(226,88)}{226} = \frac{\Delta(226,88).c^2}{226}$

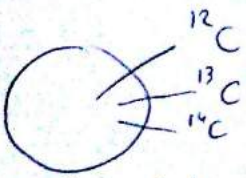
$b(226,88) = 7,66$ Mev/nucléon

de même

$b(222,86) = 7,71$ Mev/nucléon

$b(4,2) = 7,07$ Mev/nucléon

Exercice 7 : (Abondance isotopique) et (La Radioactivité naturel)



exemple (80% / 15% / 5%)

échantillon Naturel (Le carbon comme exemple)

Abondance isotopique : abondance d'un isotope c'est le (pourcentage) % de la contribution de l'isotope dans l'échantillon.

→ isotopes du potassium "K"

1) atome du K

$\begin{cases} Z = 19 \\ A = 39 \end{cases}$ $^{39}_{19}K$ → 19 e^-, 19 p ; 20 neutrons. R_{39} (%)

$^{40}_{19}K$ → 19 (e^-, p) ; 21 neutrons R_{40} (%)

$^{41}_{19}K$ → 19 (e^-, p) ; 22 neutrons. R_{41} (%)

h_2

3) La masse molaire

(K)

1 mol $\longrightarrow$ N_a : atomes
$6.02.10^{23}$

$\rightarrow$ divisé par /100

$R_{39} + R_{40} + R_{41} = \frac{100}{100} = 1$

$N(^{39}_{19}K) = N_A \cdot R_{39}(\%)$

$N(^{40}K) = N_A \cdot R_{40}(\%)$

$N(^{41}K) = N_a \quad R_{41}(\%)$

La masse de l'atom.

$M = \sum_{i=1}^{3} N.m = N_A \left[R_{39} M(^{39}K) + R_{40} M(^{40}K) + R_{41} . M(^{41}K) \right]$

$\hookrightarrow$ divisé par /100

$M = N_A \times 39,098\ u$ (Série I : $1u = \frac{m(^{12}C)}{12} = \frac{12g}{12.N_A}$

$1u = 1g/N_a$)

$\rightarrow M = \cancel{N_A} \times 39,098 \times \frac{1g}{\cancel{N_a}}$

$$\boxed{M = 39,098\ g}$$

4) échantillon naturel 2.10^{20} ions (K)

$N(^{39}K) = \theta_{39} \times 2.10^{20} = \frac{93,258 \times 2.10^{20}}{100}$

$N(^{39}K) = 1,86.10^{20}$ atome du ^{39}K

de m̂ pour $N(^{40}K)$ et $N(^{41}K)$. ($N(^{40}K) = 2,4.10^{6}$; $N(^{41}K) = 1,346.10^{19}$)

Rq : L'humain consome du (^{40}K) qui est radioactif. mais en très faible dose.

h_2

Rq : L'os sont aussi source de radioactivité. mais négligeable.

5- $^{40}_{19}K$: Capture électronique (C.E)

CE : en compétition avec β^+

$\beta^+ : p \xrightarrow{\beta^+} n + e^+ + \nu_e$

$CE : p + e^-_\ell \longrightarrow n + \nu_e$ } $^{A}_{Z}X + e^-_\ell \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu_e$

→ application

$^{40}_{19}K + e^-_\ell \xrightarrow{C.E} {}^{40}_{18}Y + \nu_e$

$^{40}_{19}K + e^-_\ell \xrightarrow{C.E} {}^{40}_{18}Ar + \nu_e$

$^{40}_{19}K \xrightarrow{\beta^+} {}^{40}_{18}Ar + e^+ + \nu_e$

$^{40}_{19}K \xrightarrow{\beta^-} {}^{40}_{20}Ca + e^- + \bar{\nu}_e$

$E = 1505$ kev $= 1,505$ Mev.

L'énergie cinétique totale des produit de la désintégration

$E = 1,505$ Mev $= T_O + T_{AR}$

c) c'est le neutrino qui emportera le plus d'énergie parcque il est leger.

i_2

Exercice 9 : Bilan énergitique des désintégrations

* Capture é.nique

$$ {}^{A}_{Z}X + e_{\ell} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu_e $$

$$ E_i = E_f \longrightarrow m(A,Z)\cdot c^2 + m_e \cdot c^2 - E_\ell = m(A,Z-1)\cdot c^2 + \varphi $$

pour que cette désintégration soit possible :

$$ m(A,Z)\cdot c^2 + m_e \cdot c^2 - E_\ell \geq m(A,Z-1)\cdot c^2 $$

si $=$ $\Rightarrow \varphi = 0$ {au repos}

$$ m(A,Z) + m_e - \frac{E_\ell}{c^2} \geq m(A,Z-1) $$

$$ M(A,Z) - Z m_e + m_e - \frac{E_\ell}{c^2} \geq M(A,Z-1) - (Z-1) m_e $$

$$ \boxed{M(A,Z) - \frac{E_\ell}{c^2} \geq M(A,Z-1)} $$

E_ℓ est négligeable qlq KeV

$$ \boxed{M(A,Z) \geq M(A,Z-1)} $$

* La Désintégration β^+

$$ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e $$

$$ m(A,Z)\cdot c^2 = m(A,Z-1)\cdot c^2 + m_e c^2 + \varphi \quad \{m(\nu_e) \simeq 0\} $$

condition sur β^+

$$ m(A,Z)\cdot c^2 \geq m(A,Z-1)\, c^2 + m_e c^2 $$

i_e'

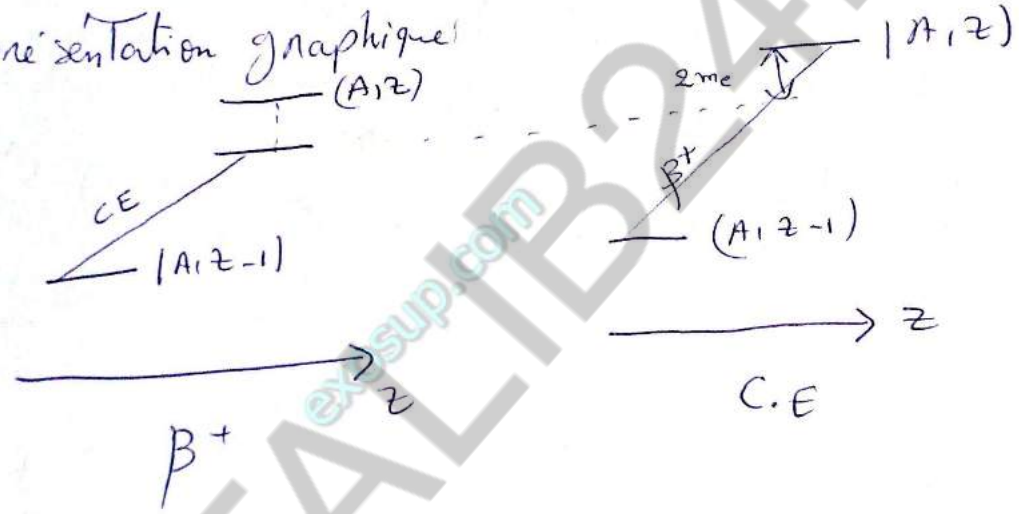
$$m(A,Z) \geq m(A,Z-1) + m_e$$

$$M(A,Z) - Z m_e \geq M(A,Z-1) - (Z-1) m_e + m_e$$

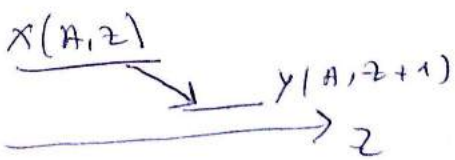
$$\boxed{M(A,Z) \geq M(A,Z-1) + \underbrace{2 m_e}_{\simeq 1{,}022\ MeV}}$$

β^+ est plus exigente que la C.E.

Représentation graphique



* Désintégration β^-



$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$m(A,Z) \geq m(A,Z+1) + m_{e^-}$$

$$M(A,Z) - Z m_e \geq M(A,Z+1) - (Z+1) m_e + m_e$$

$$\boxed{M(A,Z) \geq M(A,Z+1)}$$

dém :

* α : $M(A,Z) \geq M(A-4, Z-2) + M(4,2)$
* γ : $M^*(A,Z) \geq M(A,Z)$

J_2

Exercice VIII

$$^{55}_{25}Mn \xrightarrow{?} {}^{55}_{26}Fe$$

$$^{55}_{25}Mn \xrightarrow{?} {}^{55}_{26}Fe$$

On procède par élimination

α) $^{55}_{25}Mn \longrightarrow {}^{51}_{23}Y + {}^{4}_{2}He$

$\downarrow$

$\neq Fe \Rightarrow \cancel{\alpha}$ rejeté

γ) ne change pas l'élément chimique

$X^* \longrightarrow X + \gamma \longrightarrow \cancel{\gamma}$ écarté

β^+) $^{55}_{25}Mn \xrightarrow{\beta^+} {}^{55}_{24}Y + e^+ + \nu_e$

$24 \neq 26 \Rightarrow \cancel{\beta^+}$ rejeté

β^-) $^{55}_{25}Mn \xrightarrow{\beta^-} {}^{55}_{26}Y \Leftrightarrow {}^{55}_{26}Fe + e^- + \overline{\nu}_e$

→ il faut vérifier les lois de conservation

Q : ok ; A : ok ; $M(Mn) \geq ? M(Fe)$

↳ non vérifier

$\Rightarrow \cancel{\beta^-}$ rejeté

CE) $^{55}_{25}Mn + e^- \longrightarrow {}^{55}_{24}Y + \nu_e$

$\neq Fe \Rightarrow \cancel{CE}$ rejeté

j_2

donc le chemin est rejeté

$\cancel{Mn \longrightarrow Fe}$

2ème chemin $Fe \xrightarrow{?} Mn$

β^+) $^{55}_{26}Fe \longrightarrow {}^{55}_{25}Y + e^+ + \nu_e$

"φ : OK" "A : OK"

φ → Energie

A → nbr de nucléon

$M(Fe) \geq^{?} M(Mn) + 2m_e$

$54,938054 + 2 \times 0,511$ MeV → $/931,5$

$= 54,93914$

→ non vérifié

$\cancel{M(Fe) \geq M(Mn) + 2m_e \Rightarrow \beta^+}$ rejeté.

β^-) $^{55}_{26}Fe \longrightarrow {}^{55}_{27}Y + e^- + \bar{\nu}_e$

$\neq Mn$

$\cancel{\beta^-}$ impossible

CE) $^{55}_{26}Fe + e^-_\ell \longrightarrow {}^{55}_{25}Y + \nu_e$

$= {}^{55}_{25}Mn$

$\varphi \rightarrow$ OK

$A \rightarrow$ OK

$M(Fe) \geq^{?} M(Mn) + \frac{E_\ell}{c^2}$

$\rightarrow M(Fe) \geq 54,938054 + \frac{10 \cdot 10^{-3}\ \cancel{MeV}}{931,5}$ u

$\frac{MeV}{c^2} = \frac{u}{931,5}$

$M(Fe) \geq 54,93806$ ✓

conclusion : c'est le Fe qui se désintègre par capture e^- nucléaire pour donner ^{55}Mn

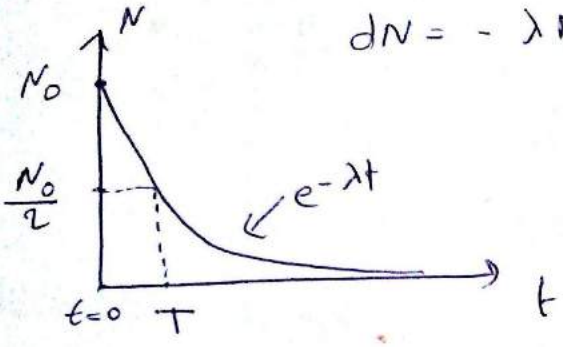
$M(Fe) \geq M(Mn) + \frac{E_\ell}{c^2}$ $54,938302\ u > 54,93806\ u$

→ $\varphi \neq 0$ → cette désintégration est accompagnée d'émission d'énergie

$\varphi = [M(Fe) - M(Mn) - \frac{E_\ell}{c^2}] \cdot c^2 = 0,225$ MeV

K_2

Exercice X : Loi de Décroissance radioactif.



$dN = -\lambda N\, dt \longrightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda\, dt$

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

λ : la cte de désintégration

$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$

$\frac{N_0}{2}$ effet d'ensemble {statistique}

1) $^{131}_{53}I$ < $Z = 53p$; 78 neutrons

2) à $t = 0$ $m = 1\mu g \rightsquigarrow N_0 = ?$

$N_A \longrightarrow M(^{131}I) = 131\,g$

$N_0 \longrightarrow m = 1\,\mu g$

$N_0 = \frac{m}{M} \times N_A$ AN $\frac{10^{-6}}{131} \times 6{,}02 \cdot 10^{23}$

$\boxed{N_0 = 4{,}59 \cdot 10^{15} \text{ noyau.}}$

3) $^{131}_{53}I$ (β^-) $^{131}_{53}I \xrightarrow{\beta^-} {}^{131}_{54}Y + e^- + \bar{\nu}_e$

$\hookrightarrow {}^{131}_{54}X_e$

4) Activité imitial

$A_0 = \lambda \cdot N_0 = \frac{\ln 2}{T} \cdot N_0 = \frac{\ln 2}{8 \times 24 \times 3600} \times 4{,}59 \cdot 10^{15}$

$T \hookrightarrow$ en second

$\boxed{A_0 = 4{,}6 \cdot 10^{9}\ Bq}$ Bq = Désintégration/second

C_2'

$$A(t) = \lambda . N(t) = \underbrace{\lambda N_0}_{A_0} e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$$

4. 2) $A(t) = A_0 . e^{-\lambda t}$ $\quad A(4h) = A_0 . e^{-\frac{\ln 2}{T} . (t = 4h)}$

$$A = 4,6 . 10^9 e^{-\ln 2 \frac{4h}{8 \times 24 h}}$$

$$\boxed{A = 4,53 . 10^9 \text{ Bq}}$$

Remarque : en physique médical on utilise des isotopes de "courte période" car la radioactivité se termine après 10 T

$\downarrow$

la source disparaît complètement.

* Question 5 : page m_2

Rappel :

ℓ_2

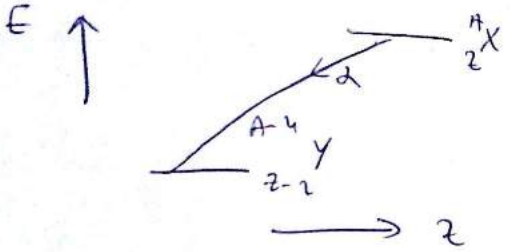
α) $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha$

φ, A

$M(A,Z) \geq M(A-4, Z-2) + M(\alpha)$

$= \varphi = 0$ les fils au repos

$> \varphi = T_Y + T_\alpha$

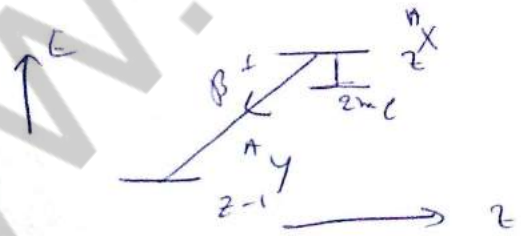


β+) $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^{+} + \nu_e$

$M(A,Z) \geq M(A,Z-1) + 2m_e$ $= 1{,}020\ MeV$

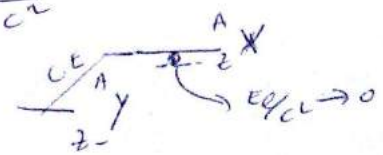
$= \varphi = 0$

$> \varphi = T_Y + T_{e^+} + T_\nu$



C.E) $^{A}_{Z}X + e^{-}_{\ell} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu_e$ $\Rightarrow$ qlq keV

$M(A,Z) \geq M(A,Z-1) + \frac{E_\ell}{c^2}$

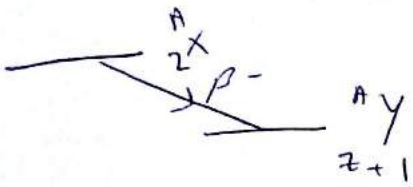


Rappel

β^-)

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu}_e $$

$$ M(A,Z) \geq M(A,Z+1) $$



* Loi de décroissance radioactif

$$ dN = -\lambda N(t)\,dt $$

$$ \boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}} $$

$$ \boxed{T = \frac{\ln 2}{\lambda}} $$

$$ A(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} $$

$$ \boxed{A(t) = A_0 e^{-\lambda t}} \quad \boxed{m(t) = m_0 e^{-\lambda t}} $$

$$ \boxed{N(nT) = \frac{N_0}{2^n}} $$

Suite de l'exercice V

m_2

Immagerie Médical

métabolisme ← 4h

$t_0 = 0$ — t_d — t

t_d : début d'examen

4 µg — A

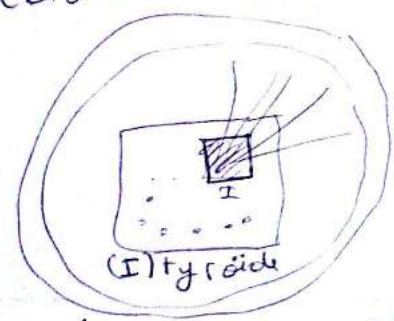
A_0

$N_0 = 4,5 \cdot 10^{15}$ noyau

$A_0 = 4,6 \cdot 10^{9}$ Bq

$A(t = t_d = 4h) = 4,53 \cdot 10^{9}$ Bq

Médecine Nucléaire



← détecteur de γ

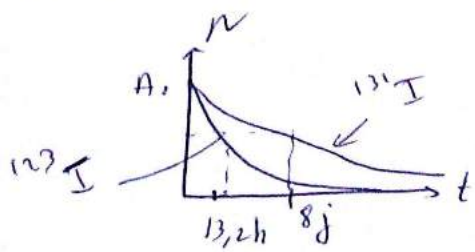
↳ on teste le fonctionement des cellules

→ Immagerie fonctionelle

\+

Immagerie Anatomique.

* 5) ^{131}I $T = 8j$ ^{123}I $T' = 13,2h$ (preferé)



• L'activité a sera atteinte après une durée plus petite

* justification : page suivante m_2'

m_2'

$$\begin{cases} A(t) = A_0 e^{-\lambda t} & {}^{131}I \\ A'(t) = A_0 e^{-\lambda' t} & {}^{123}I \end{cases}$$

$A'(t') = A(t = t_d)$ $\Rightarrow 4h$

$A_0 e^{-\lambda' t'_d} = A_0 e^{-\lambda t_d}$

$\rightarrow \lambda' t'_d = \lambda t_d \rightarrow t'_d = \frac{\lambda}{\lambda'} t_d$ $\left\{T = \frac{\ln 2}{\lambda}\right\}$

$\Leftarrow \left\{\lambda = \frac{\ln 2}{T}\right\}$

$t'_d = \frac{T'}{T} \cdot t_d$

or $T' = 13,2h < T = 8j$

$\boxed{t'_d < t_d}$

Exercice ~~XI~~ (Immagerie Nucléaire)

${}^{99}T_c^{m}$

${}^{131}_{123}I \Rightarrow$ tyroïde (Avaler) L manger

${}^{99}T_c^{m} \Rightarrow$ cœur, squelette

L (injection)

métastable (reste excité longtemps $T_2 = 6h$)

1) ${}^{99}_{42}Mo \xrightarrow{\beta^-} {}^{99}_{43}T_c^{m} + e^- + \bar{\nu}_e$

2) ${}^{99}_{43}T_c^{m\,6h} \longrightarrow {}^{99}_{43}T_c + \gamma$

(n2)

3) a) Source de ^{99}Mo

$A_0 = 50\,MBq \longrightarrow 1\,ml$

$80\,MBq \longrightarrow V_0$

$V_0 = 1,6\,ml$

Ra : on l'injecte avec des seringues blindée protéger par le plomb.

b) $A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_1} \cdot N_0$

$N_0 = \frac{T_1}{\ln 2} A_0$

AN $\frac{2,77 \times 24 \times 3600 \times 80 \times 10^6}{\ln 2}$

$N_0 = 2,77 \cdot 10^{13}$ noyau de ^{99}Mo

$N(2T_1) = \frac{N_0}{2^2} = \frac{N_0}{4}$

le nbr de noyau qui sont désintégré.

$N_d = N_0 - \frac{N_0}{4} = \frac{3}{4} N_0$

Ra) filiation radioactive.

$$\underset{N_1(t)}{A} \xrightarrow{\lambda_1} \underset{N_2(t)}{B} \xrightarrow{\lambda_2} \underset{N_3(t)}{C}$$

n_2'

$$N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Dém 0:

$$dN_2(t) = +\lambda_1 N_1(t)\,dt - \lambda_2 N_2(t)\,dt$$

$$e^{\lambda_2 t}\left[dN_2(t) + \lambda_2 N_2(t)\,dt\right] = \left[\lambda_1 \underbrace{N_1(t)}_{N_{10}e^{-\lambda_1 t}}\right] e^{\lambda_2 t}$$

$$\underbrace{dN_2(t)\cdot e^{\lambda_2 t}}_{} + N_2(t)\cdot \lambda_2 e^{\lambda_2 t}\,dt = \lambda_1 N_{10} e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}\,dt$$

$$\left(\frac{\partial N_2(t)}{\partial t} e^{\lambda_2 t} + N_2(t)\frac{\partial e^{\lambda_2 t}}{\partial t}\right)dt = \text{———}$$

$f'g + g'f$

$(fg)'$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\left(N_2(t)e^{\lambda_2 t}\right)\cancel{dt} = \lambda_1 N_{10} e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}\,dt$$

$$\int_0^t \frac{\partial}{\partial t}\left(N_2(t)e^{\lambda_2 t}\right)dt = \lambda_1 N_{10}\int_0^t e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}\,dt$$

$$\left[N_2(t)e^{\lambda_2 t}\right]_0^t = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2-\lambda_1}\left[e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}\right]_0^t$$

$N_2(0) = 0$

$$N_2(t)\,e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{(\lambda_2-\lambda_1)t} - 1\right)$$

$t=0$

$(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3)$

$$\boxed{N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)}$$

$\boxed{t_0 = 0}$

$$N_2(2T_1) = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 2T_1} - e^{-\lambda_2 2T_1}\right)$$

O_2

$$N_2(2T_1) = N_{10}\,\frac{\ln 2/T_1}{\frac{\ln 2}{T_2} - \frac{\ln 2}{T_1}}\left(\underbrace{e^{-2\ln 2}}_{e^{\ln 4^{-1}}} - e^{-2\ln 2\, T_1/T_2}\right)$$

$$\rightarrow \quad N_2(2T_1) = \frac{N_{10}\cdot T_2}{T_1 - T_2} \times \left(\frac{1}{4} - e^{-\ln 4\,\frac{T_1}{T_2}}\right)$$

$N_2(2T_1) = 6{,}87 \cdot 10^{11}$ noyau du Tc.

F) on calcule l'activité du Tc à $t = t_0 + 2T_1$

nbr des $\gamma \Rightarrow$ nbr de désintégration

$$Tc^* \rightarrow Tc + \gamma$$

$$A_2(\underset{0}{t_0} + 2T_1) = \lambda_2 N_2(2T_1) = \frac{\ln 2}{T_2} N_2(t_0 + 2T_1)$$

$$A_2(t_0 + 2T_1) = \frac{\ln 2}{3 \times 360} \times 6{,}87 \cdot 10^{11}\ Bq$$

$$= 2{,}2 \cdot 10^{7}\ Bq$$

alors il y'aura emission de $2{,}2\,10^7$ photon γ.

Série 3 de travaux dirigés

I. L'indium-114 ($^{114}_{49}In$) à l'état fondamental, de période 72 s, se désintègre à 99,05% par émission β^- ($E_{max\beta-}$=1,984 MeV) et 0,95% par émission β^+, aboutissant pour chacune des deux désintégrations au niveau fondamental du noyau fils.

1. Ecrire le schéma de désintégration de $^{114}_{49}In$
2. Connaissant les masses atomiques de l'étain-114 ($^{114}_{50}Sn$) 113,902781 u et du cadmium-114 ($^{114}_{48}Cd$) 113,903361 u, tous deux stables, calculer la masse du noyau père et la valeur de $E_{max\beta+}$.
3. Sachant que la quantité initiale de In-114 est de 10 grammes, calculer la quantité d'étain-114 et de cadmium-114 accumulées après une minute.

II. Dans la filiation $(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3)_{stable}$, l'espèce (1) est pure à l'instant origine t_0.

L'équilibre idéal est atteint à l'instant t_i. tel que : $(t_i - t_0) = \dfrac{T_1 T_2}{(\ln 2)(T_2 - T_1)} \ln\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)$

1. Définir l'équilibre idéal.
2. Calculer l'activité de chaque espèce radioactive de la filiation aux instants t_0 et t_i.

Données : T_1 = 1 jour ; activité de l'espèce (1) un jour après l'instant t_0 a_1 = 50mCi ; espèce (2) : $T_2 = 2\,T_1$

T_1

III. Le pouvoir d'arrêt S d'une particule chargée lourde relativiste est donné par l'expression :

$$S(v) = \left| -\frac{dE}{dx} \right| = \frac{z^2 e^4}{4\pi\varepsilon_0^2 m_0 v^2} nZ \left[\ln\left(\frac{2m_0 v^2}{I}\right) - \ln\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{v^2}{c^2} \right]$$

- Où:
- z, v : charge électrique et vitesse de la particule incidente
- e, m_0 : charge et masse au repos de l'électron
- Z, n : numéro atomique et nombre d'atomes par unité de volume du matériau ralentisseur
- I : potentiel moyen tenant compte de l'ionisation et de l'excitation du matériau traversé

Montrer que pour des particules chargées lourdes non relativistes, dans un milieu donné :

a- S est proportionnel à 1/T, où T représente l'énergie cinétique de la particule.

b- Pour deux particules (1) et (2), de même vitesse on a $\dfrac{S_1}{S_2} = \left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^2$.

c- Pour deux particules (1) et (2), de même énergie et de masses M_1 et M_2, $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{M_1}{M_2}\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^2$.

IV. Le parcours dans l'air de particules alpha d'énergie comprise entre 4 et 10 MeV est donné par :

$4MeV \le E_\alpha \le 10MeV ; R = 0{,}32 \cdot E^{1,5}$. cm

Calculer le parcours moyen d'une particule α, d'énergie cinétique 4,78MeV émise par le radium-226 dans l'air.

V. On effectue une expérience d'absorption de rayonnement β^+ à l'aide d'un écran métallique dont l'épaisseur arrête les particules chargées d'énergie cinétique $E_c \leq 700keV$ et transmet totalement les rayonnements photoniques. Les particules β^+ sont émises, avec un rapport d'embranchement égal à 97%, par une source ponctuelles d'activité 10 μCi. L'appareillage utilisé est un dispositif de détection β et γ muni d'un compteur Geiger Müller (GM). L'émission β^+ est isotrope. La décroissance de la source est négligeable durant l'expérience.

1. Rappeler la définition de l'activité d'une substance radioactive.
2. Calculer le nombre de particules β^+ émises par seconde par la source.
3. Calculer le nombre de particules β^+ reçues par seconde par la fenêtre du GM en l'absence de l'écran

Données : distance source-fenêtre GM : d = 5 cm. Surface de la fenêtre du G.M. : $s = \pi$ cm^2. Surface d'une sphère de rayon R : $S = 4\pi R^2$.

4. On interpose l'écran métallique entre la source β^+ et la fenêtre du G.M. L'échelle de comptage affiche alors un nombre d'impulsions par seconde très supérieur au bruit de fond.
   a. Sachant que les particules β^+ sont émises avec une énergie cinétique $E_{\beta\text{-max}} = 633$ keV, montrer que ces particules sont relativistes ($m_{e^-} = 9\ 10^{-31}$ kg ; 1 eV = $1{,}6\ 10^{-19}$ J).
   b. Expliquer l'origine possible des rayonnements correspondants aux impulsions comptées en présence de l'écran absorbant les β^+.

VI. Pour des énergies inférieures à 0,1 MeV, le principal mode d'interaction d'un photon avec la matière est l'effet photoélectrique. Un photon incident de fréquence ν interagit avec le nuage électronique d'un atome, cède totalement son énergie et un photoélectron est émis avec une énergie cinétique E.

a. Donner l'expression de E en fonction de l'énergie de liaison de l'électron E_l et de la fréquence ν, sachant que l'atome résiduel reste immobile.

b. Application : Des photons X de longueur d'onde 1 Å interagissent sur une feuille de fer par effet photoélectrique. Quelles sont les énergies de tous les photoélectrons émis ?

On donne les énergies de liaison atomique dans le fer : $E_K = 7{,}1$ keV et $E_L = 0{,}85$ keV.

VII. Une Cellule photoélectrique est un dispositif comprenant deux électrodes entre lesquelles l'effet des radiations lumineuses établit un courant électrique détectable et mesurable. Les cellules photoélectriques permettent de mesurer l'éclairement et de commander des systèmes de détection optique. Elles ne produisent pas d'électricité, mais laissent passer le courant généré par une source d'énergie.

a. Une cellule photoélectrique commence à fonctionner à partir d'une énergie photonique $E_s = 1{,}8$ eV. Expliquer la signification de cette affirmation.

b. Lorsque la cellule ci-dessus est éclairée (simultanément) à l'aide de photons correspondant aux longueurs d'ondes λ_R=800nm et λ_V=400nm et de même intensité initiale I, le courant délivré est alors i = 1μA. Expliquer l'origine de ce courant.

c. Si au cours d'un intervalle de temps Δt, N photons frappent la plaque, il y a n électrons éjectés. Le rapport $\eta = n/N$ appelé rendement quantique de la cellule détermine la probabilité qu'a un photon d'interagir avec succès avec un électron. Le rendement de cette cellule est de 0,5%. Calculer l'intensité I des photons incidents.

VIII. Apres avoir subit une diffusion Compton avec un angle de 90°, l'énergie d'un photon est de 0,5 MeV. Quelle était l'énergie du photon incident ?

IX. Pour un photon γ de 51 keV interagissant par effet Compton,

a. calculer la variation de longueur d'onde et l'énergie du photon diffusé aux angles suivants : 0 (pas de diffusion) ; $\pi/2$; π (rétro diffusion).

b. Effectuer le même calcul pour un photon de 5,11 MeV et un angle de π.

X. Un faisceau parallèle, mono-énergétique de rayons X a une intensité I_0 égale à 10^9 photons / seconde. Chaque photon a une énergie de 600 keV.

1. a. Calculer l'intensité I_1 du faisceau lorsqu'il a traversé un écran M_1 d'épaisseur x_1 = 4 mm dont le coefficient d'atténuation linéaire μ_1 est égal à 1,4 cm^{-1} pour les radiations considérées.

   b. Quelle est l'énergie des photons (d'intensité I_1) émergeant de l'écran ?

2. À la sortie de l'écran M_1, le faisceau I_1 traverse un second écran M_2 d'épaisseur x_2 = 2 cm. L'intensité I_2 transmise à travers x_2 est telle que : $\frac{I_2}{I_0} = 15\%$.

   a. Calculer le coefficient d'atténuation linéaire μ_2 du second écran pour les photons considérés.

   b. Quel est le matériau le plus efficace pour la protection contre ces radiations le matériau composant l'écran M_1 ou le matériau composant l'écran M_2 ? Justifier.

XI. Le coefficient d'atténuation massique du plomb pour les rayons γ émis par le cobalt-60 est de 0,05 $cm^2.g^{-1}$. Quelle épaisseur de plomb doit-on prendre pour réaliser un blindage arrêtant 999/1000 des rayons émis ?

On rappelle que la masse volumique du plomb est égale à 11,3 $g.cm^{-3}$.

XII. Un détecteur à iodure de sodiu m NaI(Tl) de 7 cm de diamètre et 7 cm de hauteur est soumis à un faisceau parallèle de rayons gamma de 2,8 MeV perpendiculairement à sa face circulaire. Quelle fraction de rayons gamma est détectée ? Quelle fraction de rayons gamma détectés apparaît sous : le pic photoélectrique, la distribution Compton, la distribution de l'effet de création de paires en supposant qu'il n'y a aucune réabsorption des rayons gamma d'origine Compton ou d'annihilation ?

On donne pour NaI les coefficients d'atténuation photoélectrique, Compton et création de paires à l'énergie $E\gamma$ = 2,8 MeV : μ_{ph} = 2,5 $10^{-3}cm^{-1}$, μ_c = 0,111 cm^{-1}, μ_p = 0,020 cm^{-1}.

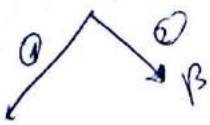
3

A_3

Exercice 1 :

- Représentation graphique des désintégration
- Rapport d'embranchement.

$^{114}_{49}In$ $\quad T = 72\,s$



β^- (99,05 %)

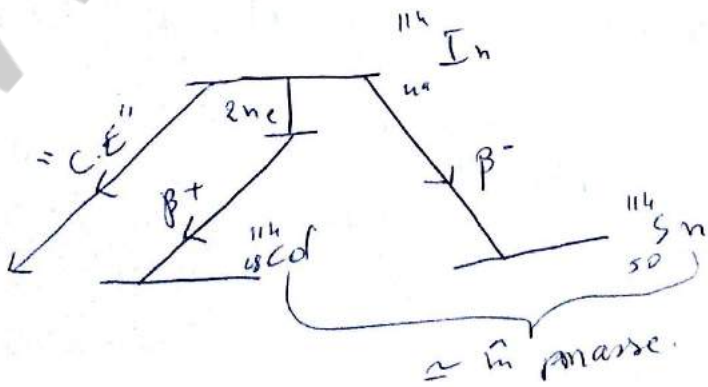
$E_{\beta^- max} = 1,984\ MeV$

β^+)) $^{114}_{49}In \xrightarrow{\beta^+} {}^{114}_{48}Y + e^+ + \nu_e$ $\quad Z \searrow$ $\quad 2m_e$

$^{114}_{49}In \xrightarrow{\beta^+} {}^{114}_{48}Cd + e^+ + \nu_e$

β^-)) $^{114}_{49}In \xrightarrow{\beta^-} {}^{114}_{50}Y + e^- + \bar{\nu}_e$ $\quad Z \nearrow$

$^{114}_{49}In \xrightarrow{\beta^-} {}^{114}_{50}Sn + e^- + \bar{\nu}_e$

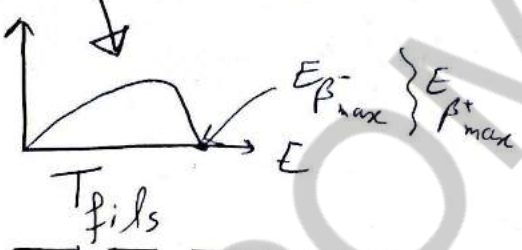


• Rappel. $\beta\pm$ spectre continu

A'3

$\beta_+ \longrightarrow \varphi = \beta_{+\,max}$

$\beta_- \longrightarrow \varphi = \beta^-_{max}$



---

* $\beta^+ : 99{,}05\%$

$\beta^- : 0{,}95\%$

$M(Sn)$ $\quad E_{\beta^-_{max}} = 1{,}984$ Mev

$$\varphi = [M(In) - M(Sn)] \cdot c^2 = E_{\beta^-_{max}}$$

$$M(IN) = \frac{E_{\beta^-_{max}}}{c^2} + M(Sn) = 113{,}902781\,u + \frac{1{,}984\,\text{Mev}}{\underbrace{u \cdot c^2}_{931{,}5\,\text{Mev}}}\,u$$

$$\boxed{M(IN) = 113{,}904910\,u}$$

• $$E_{\beta^+_{max}} = \varphi = [M(In) - M(Cd) - 2m_e] \cdot c^2$$

$$= (M(In) - M(Cd)) \cdot c^2 - 2m_e c^2$$

$$= (113{,}904910 - 113{,}903361)\,\underbrace{u \cdot c^2}_{931{,}5\,\text{Mev}} - 1{,}022\,\text{Mev}$$

$$\boxed{E_{\beta^+_{max}} = 0{,}42\,\text{Mev}}$$

B3

à $t = 0$ $\quad m_0 = 10\,g$

$m(t) = m_0\, e^{-\lambda t - t_0} = m_0 e^{-\lambda t}$

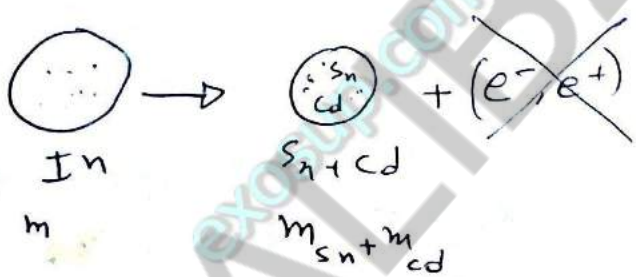
après une minute la masse de l'In devient

$m(1\,min) = 10\,g\, e^{-\frac{\ln 2}{72} \cdot 60} = 5{,}61$

- La masse décroit par désintégration en Cd et Sn.

$m' = m_{cd} + m_{sn} \Rightarrow m' = \overset{m_0}{10\,g} - \overset{m(1min)}{5{,}61\,g} = 4{,}39\,g$

↳ (On négligeant la masse des e^-)



$m_{cd} = R_{\beta^+} \cdot m' = 0{,}0095 \cdot 4{,}39\,g = 0{,}041\,g$

de m̂ pour le Sn : $m_{sn} = R_{\beta^-} \cdot m' = 0{,}9905 \times 4{,}39\,g = 4{,}34\,g$

B' 3

Exercice 2 : Equilibre d'une filiation radioactive

$$A \xrightarrow{\lambda_1} B \xrightarrow{\lambda_2} C \qquad N_1(t) = N_{10}\, e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right]$$

① La filiation radioactive atteint l'équilibre lorsque : $A_1(t_i) = A_2(t_i)$

Chercher t_i ?

$$\underbrace{\lambda_1 N_1(t)}_{A_1(t)} = \underbrace{\lambda_2 N_2(t)}_{A_2(t)}$$

$$\cancel{\lambda_1}\, \cancel{N_{10}}\, e^{-\lambda_1 t} = \frac{\lambda_2 \cancel{\lambda_1} \cancel{N_0}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2} = \left[1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}\right] \Rightarrow e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} = 1 - \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{\frac{\ln 2}{T_1} - \frac{\ln 2}{T_2}} \ln\left(\ln 2/T_1 \,/\, \ln 2/T_2\right)$$

$$\boxed{t_i = \frac{T_1 \cdot T_2}{\ln 2\,(T_2 - T_1)} \ln \frac{T_2}{T_1}}$$ donné dans l'exercice.

C_3

$T_1 = 1j$, $T_2 = 2T_1$

$$t_i = \frac{2T_1^2}{\ln 2 \times T_1} \times \ln 2 = 2T_i$$

• après $1j \Rightarrow$ après T_1

$a_1 = 50 mCi$

à $t_0 = 0$

$$a_1(t = 1T_1) = \frac{a_{10}}{2} \Rightarrow a_{10} = 2a_1(1j)$$

$$\boxed{a_{10} = 100 mCi}$$

$\boxed{a_{20} = 0}$ pas d'espèce (2) à $t = 0$.

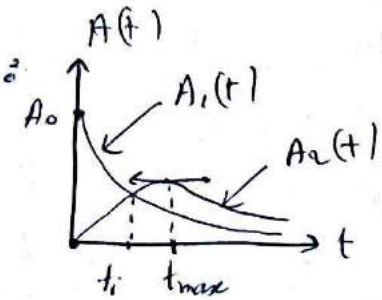
• à $t = t_i$

$$a_1(t = t_i) = a_1(2T_1) = \frac{a_{10}}{4} \Rightarrow \boxed{a_1(t_i) = 25 mCi}$$

$a_2(t_i) = a_1(t_i) = 25 mCi$

car on a ⇆

Exercice à faire :



Calculer t_{max} où $A_2(t)$ devient max.

$$\Rightarrow \frac{\partial A_2(t)}{\partial t} = 0$$

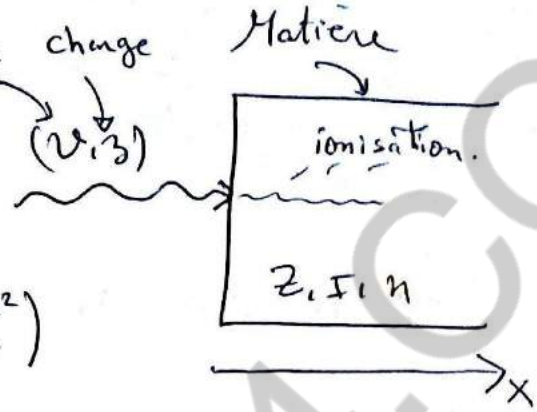
→ trouver t_{max}

C_3'

Exercice 3 : pouvoir d'arrêt

stopingpower

$$S(v) = \left|-\frac{dE}{dx}\right| \left[MeV/cm\right]$$



$$S(x) = \frac{z^2 e^4}{4\pi\varepsilon_0^2 m_e v^2} n Z \left[\ln\left(\frac{2m_0 v^2}{I}\right) - \underbrace{\ln\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}_{\text{correction relativiste}} - \underbrace{\frac{v^2}{c^2}}_{\text{effet (quantique) shell (polarisation du milieu)}}\right]$$

$S(x)$: L'énergie perdue par cm lorsqu'une particule traverse 1 cm de la matière

1) supposons que la particule est non relativiste $v \ll c$

$\longrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 0 \longrightarrow$ les termes de (correction relativiste et effet shell) s'annulent

$$T = \frac{1}{2} M v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2}{M} \cdot T$$

$$\Rightarrow S(x) = \frac{z^2 e^4}{4\pi\varepsilon_0^2 m_0} \cdot \frac{M}{2T} n Z \ln\left(\frac{2m_0}{I} \frac{2T}{M}\right)$$

$$S = \underbrace{\frac{z^2 e^4 m n Z}{8\pi\varepsilon_0^2 m_e}}_{cte} \underbrace{\ln\left[\frac{4 m_0 T}{I M}\right]}_{cte} \times \frac{1}{T} = K \times \frac{1}{T}$$

↳ La variation du terme en "Ln" est faible

donc le pouvoir d'arrêt est proportionnelle à $\frac{1}{T}$ $\left(S \propto \frac{1}{T}\right)$

D3

• Soit 2 particules de m̂ vitesse.

$$\frac{S_1(v)}{S_2(v)} = \frac{\frac{Z_1^2 e^4}{4\pi \varepsilon_0^2 m_0 v^2} \cdot n Z \ln\left(\frac{2 m_e v^2}{I}\right)}{\frac{Z_2^2 e^4}{4\pi \varepsilon_0^2 m_e v^2} n Z \ln\left(\frac{2 m_e v^2}{I}\right)}$$

→ les 2 traversent la m̂ matière.

$$\boxed{\frac{S_1(v)}{S_2(v)} = \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2}$$

Remarque:

A partire de S_i d'une seule particule on peut déduire S_j de n'importe quelle particule

exemple: $S_p = 1 \text{Mev/cm}$

$$\rightarrow \frac{S_\alpha}{S_p} = \left(\frac{Z_\alpha}{Z_p}\right)^2 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \boxed{S_\alpha = 4 \text{Mev/cm}}$$

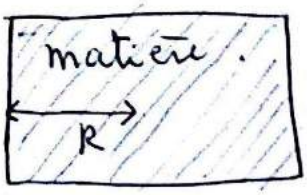
c. $T_1 = T_2 = T$; $T_1 = \frac{1}{2} M_1 V_1^2$; $T_2 = \frac{1}{2} M_2 V_2^2$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 \frac{M_1}{M_2} \frac{\ln\left(\frac{4 m_0 T_1}{I M_1}\right)}{\ln\left(\frac{4 m_0 T_2}{I M_2}\right)} \qquad \begin{cases} V_1^2 = \frac{2}{M_1} \\ V_2^2 = \frac{2 T_2}{M_2} \end{cases}$$

↳ La variation de terme logarithme est négligeable

$$\rightarrow \boxed{\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 \frac{M_1}{M_2}}$$

Exercice 4 : Relation empirique parcours R



$4 \leq E_\alpha \leq 10$ Mev

$$R = 0{,}32\, E^{1{,}5} \text{ cm}$$

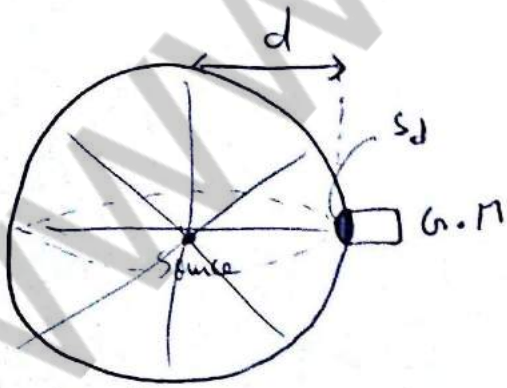
pour $E_\alpha = 4{,}78$ Mev

$$\rightarrow R = 0{,}32 \times (4{,}78)^{1{,}5} \text{ cm}$$

$$\boxed{R = 3{,}34 \text{ cm}}$$

Remarque : Les parts α ont une très courte portée dans l'air

Exercice 5 : • efficacité géométrique d'un détecteur
• rapport d'embranchement



isotrope

$$\left.\begin{array}{l} N \longrightarrow 4\pi d^2 \\ N_d \longrightarrow S_d \end{array}\right\} \text{surface}$$

$$\boxed{N_d = N \times \frac{S_d}{4\pi d^2}} \; *$$

$$\boxed{N_d = N \times R_a}$$

$\underbrace{A = 10\,\mu Ci}_{cte}$ $\left(\beta^+ \cdot R_{\beta^+} = 0{,}97\right)$ E_3

1) $A(t) = \lambda N(t)$

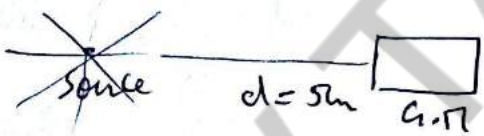
2) Le nbr. de parts. émi. par sec

$A = 10 \cdot 10^{-6} \times 3{,}7 \cdot 10^{10}$ d/s Bq

→ à chaque seconde on a $N = 3{,}7 \cdot 10^5$ de part. émisent.

$N_{\beta^+} = N \cdot R_{\beta^+} = 3{,}7 \cdot 10^5 \times 0{,}97$

$$\boxed{N_{\beta^+} = 3{,}58 \cdot 10^5}$$



$S_d = \pi\ cm^2$

$N_{\beta^+_d} = N_{\beta^+} \times \frac{S_d}{4\pi d^2} = 3{,}58 \cdot 10^5 \times \frac{\pi}{4\pi \cdot 25}$

détecté

$$\boxed{N_{\beta^+_d} = 3580}$$

$R = \frac{N_{\beta^+_d}}{N_{\beta^+}} = \frac{3580}{3{,}58 \cdot 10^5} \Rightarrow R = 0{,}01 = 1\%$

E_3'

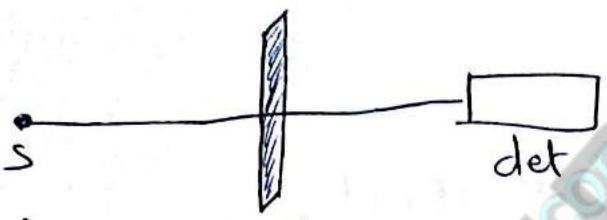
$(*) \Rightarrow$ D_3'

$$\boxed{N_d = \frac{N \cdot S_d}{4\pi} \times \frac{1}{d^2}}$$

→ 1ère règle d'or de la radioprotection

- 2ème temps d'exposition (min)
- 3ème utilise des écrans de protection

4)



β^+ : 633 keV

Absorbeur

$E \leq 700$ keV

Normalement tous les β^+ vont être arrêtés par l'écrant.

ainsi au niveau du détecteur absence de signal (bruit de fond)

↳ Rayon. cosmiques.

- malgré l'écran on a un signal.

$e^+ + e^- \longrightarrow \gamma_1 + \gamma_2$

L'annihilation ($\neq$ création de paires)

$\Longrightarrow$ Le signal provient des γ de l'annihilation du positron.

f3

4 - a) β^+ relativiste ?

$E_c = 633$ keV

relativité $\begin{cases} E = E_c + m_0 c^2 & (1) \\ E^2 = p^2c^2 + m_0^2 c^4 \\ P = mv = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} v \end{cases}$

(1) $\rightarrow E = E_c + m_0 c^2$

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = E_c + m_0 c^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{E_c}{m_0 c^2}$$

$$\sqrt{1-\beta^2} = \frac{1}{1+\frac{E_c}{m_0 c^2}} \Rightarrow 1-\beta^2 = \frac{1}{\left(1+\frac{E_c}{m_0 c^2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \beta = \left[1 - \frac{1}{\left(1+\frac{E_c}{m_0 c^2}\right)^2}\right]^{1/2} \Rightarrow \beta = \frac{v}{c} = \left[1 - \frac{1}{\left(1+\frac{633}{511}\right)^2}\right]^{1/2}$$

$\boxed{\beta = 0{,}89} \geq 0{,}1 \Rightarrow \beta^+$ relativiste

autre méthode pour montrer que β^+ sont relativiste

→ . Supposé que β^+ sont non relativistes (traitement classique : $E = \frac{1}{2} m_e v^2$)

. calculer la vitesse de β^+ ($E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = 4{,}7.10^8$ m/s)

. ⚠ on a trouver que $v > c \Rightarrow$ Le traitement classique n'est pas valable

. donc β^+ relativiste

Exercice 6 & 7 : effet photoélectrique

f'_3

6) • Effet photoélectrique

7) • principe de fonctionnement d'une cellule photo-E

$$\boxed{\begin{aligned} E &= h\nu = \frac{hc}{\lambda} \\ E_{c_e} &= h\nu - E_\ell \end{aligned}}$$

Exercice 6 :

1) $E_{c_e} = h\nu - E_\ell$

2) Application $\lambda = 1 A^\circ$

$E_K = 7,1 \text{ kev}$

a) e^- de la couche K

$$E_{c_K} = \frac{hc}{\lambda} - E_{\ell_K} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} \times 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}}{10^{-10} \text{ m}} - 7,1 \text{ kev}$$

$1 eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$

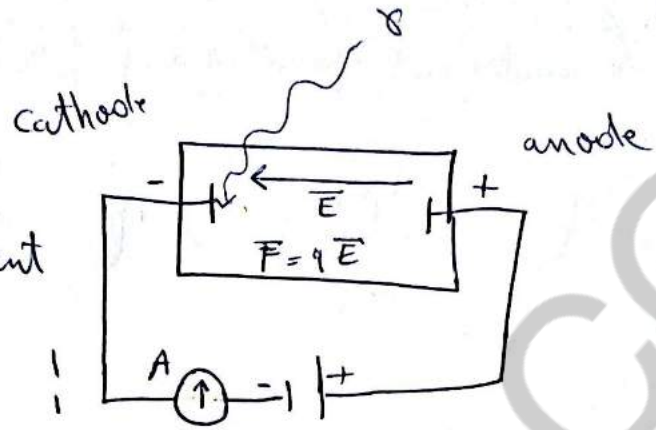
$$\boxed{1 J = \frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19}}}$$

$$\boxed{1 eV = \frac{1 \text{ kev}}{10^3}}$$

$$\boxed{E_{c_K} = 5,31 \text{ kev}}$$

b) même procedure pour la couche L. E_{cL}=11.56 Kev

Exercice 7 :



$E > 1,8\,eV \Rightarrow$ courant

cellule photo-électrique.

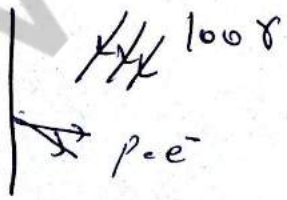
1) L'énergie seuil c'est le travail que les photons pour arracher un é (effet-P.H) ↳ des photo-électron

$$E_\gamma \geq E_s \rightarrow h\nu \geq E_s \rightarrow \frac{hc}{\lambda} \geq E_s \rightarrow \lambda \leq \frac{hc}{E_s} = \lambda_s$$

$$\lambda_s = \frac{hc}{E_s} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,8} \text{ m}$$

$$\boxed{\lambda_s = 689 \text{ nm}}$$

b) $\lambda \leq \lambda_s \Rightarrow$ Le courant provient de $\lambda_v = 400\,nm$

c) 

100 γ ne donnent pas 100 e⁻

G'3

Le rendement quantique ($\leq 10\%$)

$$\eta = \frac{n_{p.e}}{N\gamma} \quad ; \quad \eta = 0{,}5\%$$

(état)

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{n_{p.e} \cdot e}{\Delta t} = \frac{\eta \cdot N\gamma \cdot e}{\Delta t}$$

$$I = \frac{N\gamma}{\Delta t} = \frac{i}{\eta \times e} = \frac{10^{-6}}{0{,}005 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}}$$

intensité de la lumière

$$I = 1{,}25 \cdot 10^{5} \ \frac{\text{photon}}{\text{unité de temps } \{s\}} \ [\text{lux}]$$

Exercice 8 :

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}$$

$$\Rightarrow \frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = \frac{h}{m_0 c}$$

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_0 c^2} \Rightarrow \frac{1}{E} = \frac{1}{E'} - \frac{1}{m_0 c^2}$$

$$\frac{1}{E} = \frac{m_0 c^2 - E'}{E' m_0 c^2} \Rightarrow E = \frac{E' m_0 c^2}{m_0 c^2 - E'}$$

$$E = \frac{0,5 \cdot 0,511}{0,511 - 0,5}$$

$$\boxed{E = 23,22 \text{ MeV}}$$

---

exercice à faire:calculer θ pour que ΔE soit maximal

réponse

- $\Delta E = E - E'$ est maximale pour $\theta = ?$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) \xrightarrow{\text{calcul}} E' = \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{1}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)}$$

$$E - E' = E - \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{1}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)}$$

$$\Delta E = \frac{E / m_0 c^2 \cdot (1 - \cos\theta)}{\frac{1}{E} + \frac{1}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)} \qquad \frac{\partial \Delta E}{\partial \theta} = 0 \,?$$

$$\Rightarrow \theta =$$

Exercice 9 : (effet compton)

$$\boxed{\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta)}$$

$\frac{h}{m_0 c}$ ↳ longueur d'onde compton → λ_c

$E_\gamma = 511\ keV$

a) $\theta = 0°$ Diffusion rasante

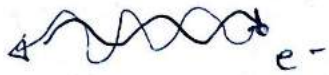
$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$

$\lambda' - \lambda = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda = \lambda'}$

b) $\theta = \frac{\pi}{2}$ Diffusion normale.

$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} = \lambda_c \Rightarrow \boxed{\lambda' = \lambda + \lambda_c}$

c) $\theta = \pi$ rétro-Diffusion



$\lambda' - \lambda = 2\lambda_c = \frac{2h}{m_0 c}$

$$\boxed{\lambda' = \lambda + 2\lambda_c}$$

i'_3

Les énergies : $E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$

a) $\theta = 0°$

$$\lambda' = \lambda \Rightarrow \frac{hc}{E'} = \frac{hc}{E} \Rightarrow \boxed{E' = E}$$

b) $\theta = \pi/2$

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c = \lambda + \frac{h}{m_0 c^2} \Rightarrow \frac{hc}{E'} = \frac{hc}{E} + \frac{h}{m_0 c^2}$$

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{1}{m_0 c^2} = \frac{m_0 c^2 + E}{m_0 c^2 . E}$$

$$E' = \frac{m_0 c^2 E}{m_0 c^2 + E} \Rightarrow E' = \frac{51 \times 511}{51 + 511} \text{ keV}$$

$$\boxed{E' = 46{,}37 \text{ keV}}$$

c) $\theta = \pi$ $\lambda' = \lambda + \frac{2h}{m_0 c}$

$$\frac{hc}{E'} = \frac{hc}{E} + \frac{2h}{m_0 c}$$

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{2}{m_0 c^2} = \frac{m_0 c^2 + 2E}{m_0 c^2 . E}$$

$$\rightarrow E' = \frac{m_0 c^2 . E}{m_0 c^2 + 2E} = \frac{511 \times 51}{511 + 2 \times 51} = 42{,}51 \text{ keV}$$