Sommaire

INTRODUCTION
1. PROPAGATION DE LA LUMIERE
1.1 SOURCES LUMINEUSES
1.2 LES MILIEUX DE PROPAGATION DE LA LUMIERE : INDICE DE REFRACTION
1.3 PRINCIPE DE LA PROPAGATION RECTILIGNE DE LA LUMIERE
1.3.1 ENONCE DU PRINCIPE
1.3.2 RAYON LUMINEUX ET FAISCEAU LUMINEUX
1.3.3 APPLICATIONS
2. REFLEXION ET REFRACTION
2.1 LOIS DE SNELL - DESCARTES
2.2 PRINCIPE DE RETOUR INVERSE
2.3 COMPLEMENT SUR LES LOIS DE LA REFRACTION
2.3.1 ANGLE DE REFRACTION LIMITE
2.3.2 REFLEXION TOTALE
2.3.3 REFRACTION DANS UN MILIEU NON HOMOGENE
2.3.4 CONSTRUCTION GEOMETRIQUE
3 SYSTEMES OPTIQUES - OBJETS ET IMAGES
3.1 STIGMATISME
3.2 APLANETISME
3.3 NATURE DES OBJETS ET DES IMAGES
3.4 MIROIRS PLANS
3.5 DIOPTRE PLAN
3.5.1 RECHERCHE DU STIGMATISME RIGOUREUX
3.5.2 ÉTUDE DES IMAGES DANS LE CAS DU STIGMATISME APPROCHÉ
4 DIOPTRE ET MIROIR SPHÉRIQUES
4.1 DÉFINITIONS ET CONVENTIONS
4.2 CONDITIONS DU STIGMATISME APPROCHÉ
4.3 FORMULE DE CONJUGAISON AVEC ORIGINE AU SOMMET
4.4 FOYERS ET VERGENCE
4.4.1 FOYERS
4.4.2 VERGENCE
4.5 FORMULE DE NEWTON (Formule avec origines aux FOYERS)
4.6 PLANS CONJUGUÉS, PLANS FOCAUX
4.7 GRANDISSEMENTS, FORMULE DE LAGRANGE HELMHOLTZ
4.7.1 GRANDISSEMENT LINÉAIRE γ
4.7.2 FORMULE DE LAGRANGE HELMHOLTZ
4.7.3 GRANDISSEMENT ANGULAIRE
4.7.4 Complément : FORMULES AVEC ORIGINE AU CENTRE
4.8 LENTILLES MINCES
4.9 MIROIRS SPHÉRIQUES
4.9.1 DÉFINITIONS
4.9.2 FORMULES DES MIROIRS SPHÉRIQUES
5 SYSTEMES CENTRÉS DIOPTRIQUES
5.1 GÉNÉRALITÉS
5.1.1 DÉFINITION - CONDITIONS DE L'ÉTUDE
5.1.2 CORRESPONDANCE OBJET - IMAGE : RELATION DE LAGRANGE HELMHOLTZ
5.2 ÉLÉMENTS CARDINAUX
5.2.1 INTÉRÊT DES ÉLÉMENTS CARDINAUX
5.5.2 MATRICE DE TRANSFERT D'UN SYSTEME CENTRE
5.2.3 PLANS PRINCIPAUX
5.2.4 DISTANCES FOCALES ET VERGENCE
5.2.5 POINTS NODAUX

WWW.TALIB24.COM

5.3 *FORMULES DES SYSTÈMES CENTRÉS*
5.3.1 ORIGINES AUX POINTS PRINCIPAUX
5.3.2 *ORIGINES AUX FOYERS : FORMULES DE NEWTON*
5.4 *ASSOCIATION DE DEUX SYSTEMES CENTRES*
5.4.1 *POSITION DES FOYERS*
5.4.2 *CALCUL DES DISTANCES FOCALES*
5.4.3 *FORMULE DE GULLSTRAND*
5.5 MATRICE DE TRANSFERT D'UN SYSTEME CENTRE
5.5.1 MATRICES DE REFRACTION ET DE TRANSLATION
5.5.2 MATRICE DE TRANSFERT D'UN SYSTEME CENTRE
5.5.3 MATRICE DE CONJUGAISON
5.5.4 ELEMENTS CARDINAUX
5.5.5 DIOPTRE SPHERIQUE
6 L'OEIL ET LES INSTRUMENTS D'OPTIQUE
6.1 DESCRIPTIONS ET PROPRIÉTÉS DE L'OEIL
6.2 PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES INSTRUMENTS D'OPTIQUE
6.3 LOUPES
6.3.1 LATITUDE DE MISE AU POINT
6.3.2 PUISSANCE
6.4 OCULAIRES
6.4.1 CLASSIFICATION ET DESCRIPTION DES OCULAIRES
6.4.2 EXEMPLE : OCULAIRE 3, 2, 1 D'HUYGENS
6.5 MICROSCOPES
6.5.1 DESCRIPTION GÉNÉRALE
6.5.2 PUISSANCE, GROSSISSEMENT, LATITUDE DE MISE AU POINT
6.6 LUNETTE ASTRONOMIQUE

INTRODUCTION

L'optique est la partie de la physique qui a pour objet l'étude des phénomènes lumineux, c'est-à-dire des phénomènes qui sont perçus par l'oeil. Cependant la sensibilité de l'oeil est réduite au domaine du visible. Il existe donc des radiations lumineuses non perçues par l'oeil (UV, IR, ...). Aussi l'on étend le domaine de l'optique à l'étude de tous les phénomènes engendrés par une cause de même nature que celle qui entraîne l'apparition de phénomènes visuels.

L'optique géométrique est la discipline qui traite de la propagation de la lumière en tant que rayons lumineux. Elle se distingue de l'optique ondulatoire qui est fondée sur un modèle plus fiable et plus sophistiqué de la lumière, qui est considérée comme une onde. L'optique géométrique permet de décrire de façon entièrement satisfaisante la formation d'images dans tous les instruments d'optique usuels. Cependant des phénomènes secondaires, dus à la diffraction des ondes lumineuses, se manifestent et le recours à l'optique ondulatoire s'impose pour les traiter.

Dans ce cours, nous décrirons le modèle des rayons lumineux. Ensuite nous aborderons les phénomènes de réflexion et de réfraction et les lois qui en rendent compte. Après cela, nous aborderons le problème de formation d'images par les miroirs plans et les lentilles minces. Enfin, nous aborderons le fonctionnement d'appareils d'optique centrés simples. Leur étude, ainsi que celle des lentilles, se limitera à des conditions d'emploi dans lesquelles les rayons lumineux restent toujours proches de l'axe optique et peu inclinés par rapport à lui (conditions de Gauss, rayons paraxiaux) et qui permettent de nombreuses applications.

WWW.TALIB24.COM

1. PROPAGATION DE LA LUMIERE

1.1 SOURCES LUMINEUSES

La lumière est émise par la matière dans certaines conditions et se manifeste par son action sur divers récepteurs :

- l'oeil
- la plaque photographique : elle amorce une transformation chimique de sels comme les halogénures d'argent.
- une lame métallique noircie : celle-ci s'échauffe ce qui montre que la lumière transporte de l'énergie (utilisée, par exemple, dans les chauffe-eau solaires).
- La photopile : courant électrique produit par insolation

Alors même que l'oeil ne perçoit plus rien, certains récepteurs donnent lieu à des phénomènes analogues à ceux observés lorsqu'ils sont éclairés en lumière visible (échauffement, réactions photochimiques, photo émission ...). Cette partie non visible à l'oeil de l'optique couvre les domaines de l'infrarouge et l'ultraviolet.

On distingue les sources lumineuses primaires qui produisent elles mêmes la lumière qu'elles émettent et les sources secondaires qui sont des objets éclairés par d'autres sources et qui renvoient en partie la lumière qu'ils en reçoivent. Le soleil, les étoiles, une ampoule électrique à incandescence, un tube luminescent (tube néon), un laser sont des sources primaires ; elles brillent par elles-mêmes. La lune, les planètes, un trait de craie au tableau, un trou percé dans un écran éclairé sont des sources secondaires.

La propagation de la lumière correspond en fait à la propagation d'une onde électromagnétique pouvant se déplacer même dans le vide. On établit théoriquement et expérimentalement (à l'aide d'un prisme ou d'un réseau) que toute onde lumineuse peut être considérée comme la superposition d'ondes sinusoïdales. Chaque onde sinusoïdale est une variation lumineuse de période T qui correspond à la fréquence f=1/T (la fréquence s'exprime en Hertz, la période en seconde). En un point situé à l'abscisse x du point source, on retrouve la vibration identique à celle de la source au bout du temps t=x/v où v est la vitesse de propagation de la vibration. A la vitesse v, correspond une longueur d'onde ou périodicité spatiale lambda (λ): lambda = v/f = v.T. Lambda, λ s'exprime en mètre.

A toute longueur d'onde, on associe une impression subjective lumineuse de couleur. Le tableau ci-après indique les correspondances entre les longueurs d'ondes dans le vide et les couleurs :

λ_0 en nm	< 400	500	590	630	> 700
Domaine	ULTRAVIOLET	Visible			INFRAROUGE
Couleur		bleu	jaune	rouge	

Une émission constituée d'une seule radiation de longueur d'onde lambda est dite monochromatique (un laser émet une lumière monochromatique). Les émissions lumineuses sont en général plus complexes, elles contiennent plusieurs longueurs d'onde : on parle alors de lumière polychromatique.

Séparer les radiations d'une lumière polychromatique c'est mettre en oeuvre un phénomène de dispersion (ex: prisme et réseau) afin d'obtenir le spectre de la lumière.

Remarque 1 : l'expérience montre que la célérité de la lumière dépend du milieu de propagation. Dans le vide par exemple on pose : $v = c = 3.\ 10^8$ m/s. C'est une constante universelle déduite d'une mesure. Dans un milieu matériel : $v < c$

Remarque 2 : la nature de la source lumineuse se retrouve dans le spectre de la lumière émise par cette source. Le spectre peut être continu (lampe à incandescence, soleil) ou discontinu (lampe à décharge spectrale : tube néon) auquel cas on a un spectre de raies c'est-à-dire une discontinuité dans la répartition de l'énergie en fonction de la longueur d'onde.

WWW.TALIB24.COM

1.2 LES MILIEUX DE PROPAGATION DE LA LUMIERE : INDICE DE REFRACTION

La lumière traverse plus ou moins bien les divers milieux de propagation. Selon leur comportement vis-à-vis de la lumière, les milieux sont répartis en trois catégories :

- milieux transparents : ils se laissent traverser par la lumière ; on peut donc distinguer ce qui se trouve derrière eux. Exemple : eau, air, vide, verre, etc.
- milieux translucides : ils laissent passer la lumière, mais on ne peut pas distinguer ce qui se trouve derrière eux. Exemple : verre dépoli, brouillard, etc.
- milieux opaques : ils ne se laissent pas traverser par la lumière. Exemple : mur, bois, métaux, etc.

Cette classification est parfois ambiguë : une feuille de papier est considéré tantôt comme opaque, tantôt comme translucide ; une très fine couche de métal peut laisser passer la lumière (par exemple, l'or en couche très fine laisse passer de la lumière verte).

D'autres propriétés peuvent distinguer les milieux de propagation de la lumière telles que l'homogénéité et l'isotropie. Un milieu est dit homogène s'il a les mêmes propriétés en tout point.

Un milieu est isotrope s'il a les mêmes propriétés quelle que soit la direction de propagation considérée. L'air contenu dans une salle close, pas trop vaste, constitue un exemple de milieu homogène et isotrope. Un cristal de quartz est un milieu homogène mais non isotrope.

On définit, pour les milieux isotropes et transparents, un **indice de réfraction** comme le rapport des vitesses de propagation de la lumière dans le vide et dans le milieu en question :

$$n = \frac{c}{v} \qquad 1.1$$

avec $n > 1$. Pour le même milieu, l'indice réfraction varie en fonction de la longueur d'onde λ de la radiation envisagée.

Il faut remarquer que l'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde de la lumière envisagée (sa couleur). Cette propriété est à l'origine de la formation des arcs-en-ciel : les goûtes d'eau de pluie décomposent la lumière solaire en série de couleurs dans laquelle on reconnaît les couleurs traditionnelles : rouge, orange, jaune, vert et bleu. La plupart des milieux transparents ont un indice de réfraction qui vérifie la loi de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \qquad 1.2$$

où A et B sont deux constantes caractéristiques du milieu. On exploiter cette propriété pour la dispersion de la lumière.

Quelques exemples de valeurs numériques d'indice optique :

milieu	***n***
vide	1
air	1,000293
eau	1,33
verre	1,5
diamant	2,41

1.3 PRINCIPE DE LA PROPAGATION RECTILIGNE DE LA LUMIERE

1.3.1 ENONCE DU PRINCIPE

Dans un milieu transparent, homogène et isotrope, la lumière se propage en ligne droite.

Les faits d'observation courante nous montrent en effet que dans l'air la lumière semble se propager en ligne droite. Parmi ces faits nous citons :

- L'illumination des poussières dans l'air par la lumière du soleil ou d'un projecteur

WWW.TALIB24.COM

- Le tracé des ombres : l'ombre portée sur l'écran par le disque opaque est homothétique de l'objet quelle que soit la distance à laquelle il se trouve de l'écran.

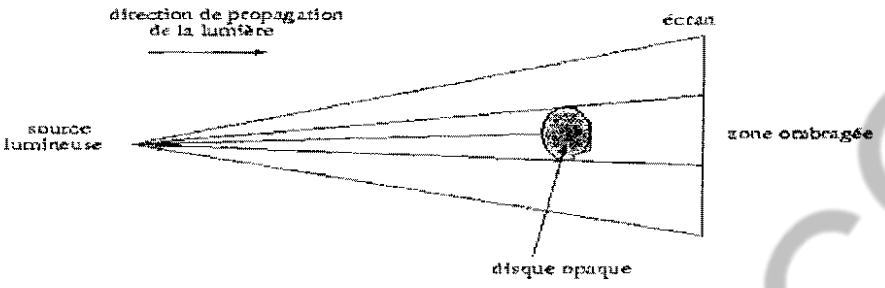


Figure 1.1

1.3.2 RAYON LUMINEUX ET FAISCEAU LUMINEUX

La propagation rectiligne de la lumière suggère que celle-ci soit composée de rayons lumineux rectilignes. Un rayon lumineux est une ligne entre deux points de l'espace qui représente le chemin suivi par la lumière pour aller d'un point à un autre.Nous représentons le rayon lumineux par un segment AB limité au parcourt lumineux et portant une flèche indiquant le sens de propagation. La droite (x'x) est appelée le support du rayon.

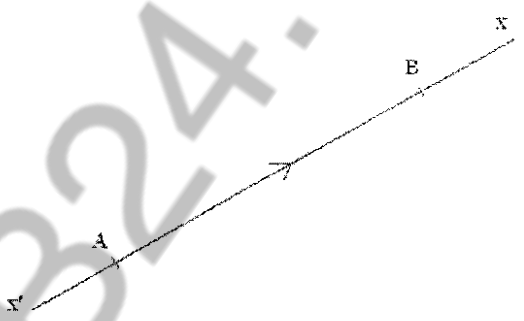


Figure 1.2

Le concept de rayon lumineux est purement théorique ; il est impossible d'isoler un seul rayon lumineux. Le rayon lumineux est un cas idéal, non réellement physique mais qui est adopté comme modèle. Dans la pratique, on ne considère jamais un seul rayon lumineux à la fois mais bien un ensemble de rayons. Un tel ensemble porte le nom de faisceau lumineux. On distingue trois catégories de faisceaux :

1. Faisceau divergent : les rayons partent du même point appelé sommet du faisceau
2. Faisceau convergent : les rayons aboutissent au même point.
3. Faisceau parallèle ou cylindrique : les rayons sont parallèles entre eux, il ne se rapprochent pas et ne s'écartent pas les uns des autres. Exemple : la lumière provenant du soleil ou d'une étoile car la terre est tellement loin d'eux qu'en pratique les rayons q'elle reçoit sont parallèles. Un pinceau lumineux est un faisceau extrêmement étroit dans lequel les rayons sont quasiment parallèles

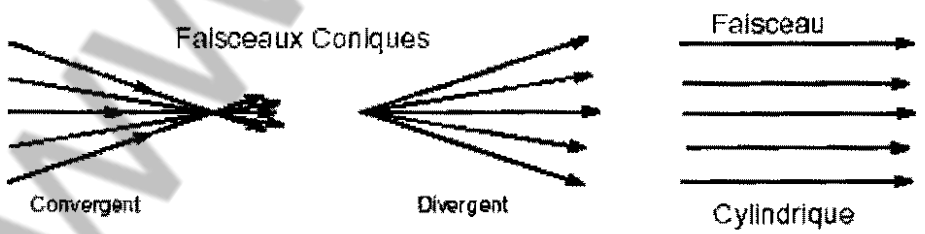


Figure 1.3

La propagation de ces rayons constitue l'objet de l'optique géométrique Dans l'approximation de l'optique géométrique, tout rayon lumineux se propage dans un milieu donné indépendamment de la présence de tout autre rayon. Cette approximation, qui consiste à considérer que la longueur d'onde est négligeable devant toutes les autres échelles spatiales caractéristiques de l'onde. Chaque fois qu'il n'en est pas ainsi, on observe des écarts aux lois de l'optique géométrique.

WWW.TALIB24.COM

1.3.3 APPLICATIONS

- Chambre noire

Une chambre noire est une boite percée à l'avant d'un petit trou et fermée à l'arrière par un écran translucide (verre dépoli, papier calque). Elle fournit une reproduction renversée d'un objet lumineux placé devant elle. Cette reproduction est d'autant plus nette que le trou est plus petit et que la longueur de la chambre est courte. Elle est d'autant plus lumineuse mais moins nette que le trou est grand et que la longueur de la chambre est courte. Cette expérience a permis de mettre en évidence la propagation rectiligne de la lumière.

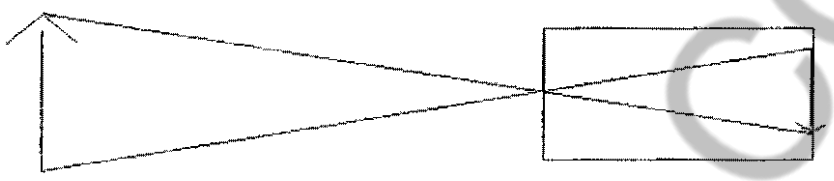


Figure 1.4

- Ombre, Pénombre et pleine lumière

Eclairons un objet opaque par une source ponctuelle et plaçons un écran derrière lui. Sur l'écran, on observe l'ombre de l'objet dont le contour est net. L'ombre est la région de l'espace où ne parvient aucune lumière depuis la source et donc c'est la région dans laquelle la source est invisible.

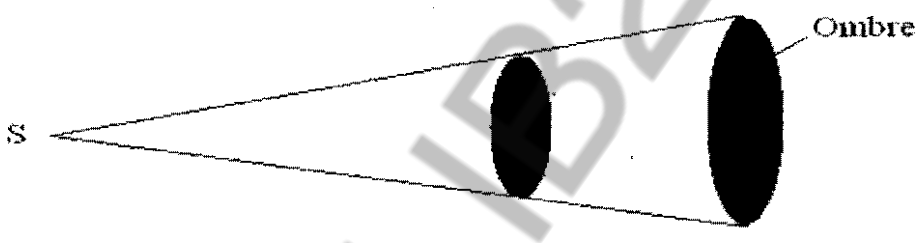


Figure 1.5

Si on éclaire l'objet avec une source étendue, il se forme sur l'écran une ombre aux contours dégradés mal définis, entouré d'une pénombre. Nous avons dans ce cas trois régions :

- L'ombre est toujours la région de l'espace où ne parvient aucune lumière et d'où la source est invisible.
- La pénombre est la région de l'espace où parvient la lumière émise par certains points de la source ; C'est aussi la région d'où il n'est possible de voir qu'une partie de la source.
- la pleine lumière est la région de l'espace où arrive la lumière provenant de tous les points de la source et d'où on peut voir la source entière.

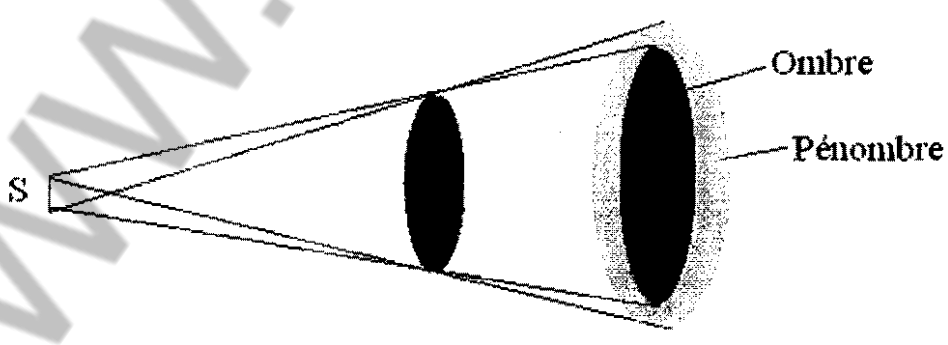


Figure 1.6

- Eclipses:

Le Soleil étant plus grand que la Terre et la Lune, les ombres portées de ces deux astres sont des cônes convergents.

Eclipse du Soleil:

WWW.TALIB24.COM

L'éclipse du soleil est un phénomène astronomique au cours duquel le soleil disparaît derrière la Lune. Lorsqu'une éclipse de soleil se produit, elle est visible comme éclipse totale uniquement depuis des régions de la terre qui sont plongés dans l'ombre de la lune. Dans les régions situées sur la pénombre de la lune, l'éclipse n'est que partielle.

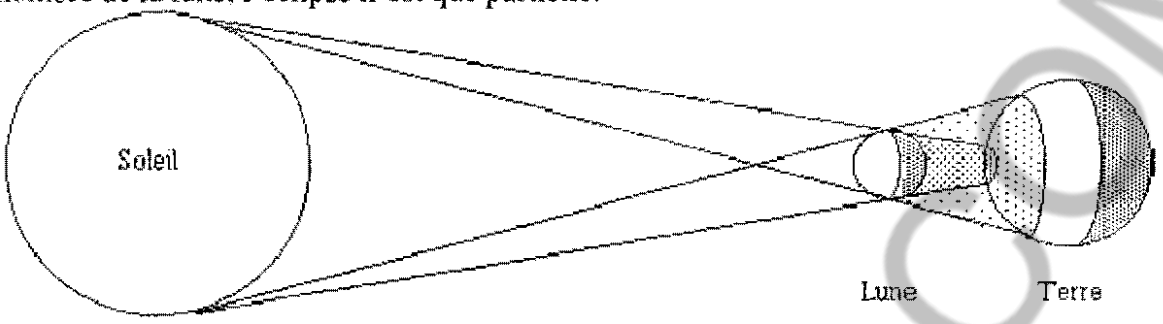


Figure 1.7

Eclipse de la Lune

L'éclipse du la lune est un phénomène astronomique au cours duquel la lune passe dans l'ombre de la terre, éclairée par le soleil. La Lune traverse d'abord une zone de pénombre. Ensuite la Lune passe par une zone d'ombre (éclipse totale) avant de passer par une deuxième zone de pénombre.

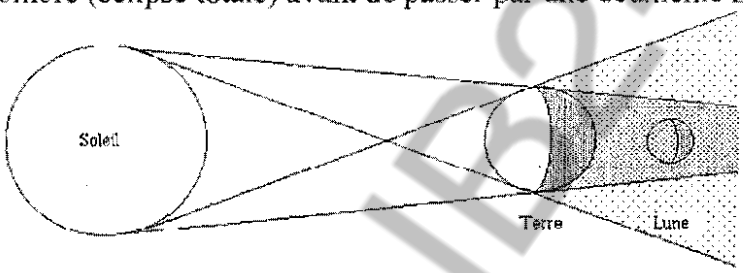


Figure 1.8

2. REFLEXION ET REFRACTION

2.1 LOIS DE SNELL - DESCARTES

Etablies en Angleterre par SNELL en 1621 et retrouvées indépendamment en 1637, en France, par DESCARTES d'une manière expérimentale on sait aujourd'hui qu'elles résultent de la nature ondulatoire de la lumière.

Si on considère la surface séparant deux milieux homogènes isotropes, ce dispositif constitue un dioptre. Quand on envoie à partir d'une source située dans le premier milieu (1) un faisceau de lumière incidente, l'expérience permet de distinguer de la lumière réfléchie (celle qui revient dans le milieu (1)) et de la lumière réfractée (celle qui passe dans le milieu (2)). Le plan d'incidence est défini par le rayon d'incidence (A_1I) et la normale (N_1IN_2) à la surface de séparation des deux milieux au point d'incidence I.

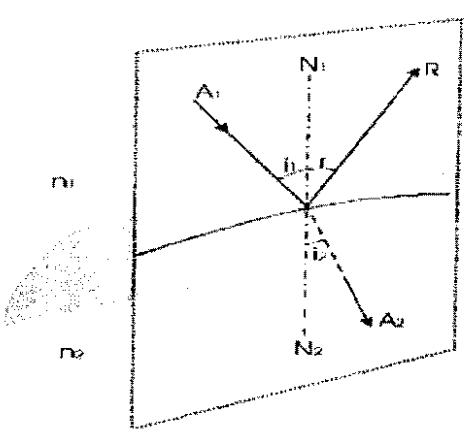


Figure 2.1

Le rayon incident fait avec la normale au point d'incidence un angle i_1, le rayon réfracté fait avec cette même normale un angle i_2 et le rayon réfléchi un angle géométrique (inférieur à 90°) noté r.

Avec ces conventions, les lois de Snell -Descartes sont :

1ère LOI : Le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont dans le plan d'incidence.

2e LOI : Les angles d'incidence et de réflexion sont égaux :

$$r = -i_1 \tag{2.1}$$

WWW.TALIB24.COM

3e LOI : Pour chaque lumière monochromatique, les sinus des angles d'incidence et de réfraction sont liés par la relation :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \qquad (2.2)$$

2.2 PRINCIPE DE RETOUR INVERSE

Dans le cas de réflexion, la troisième loi de Snell - Descartes présente une symétrie. Ceci a pour conséquence le *principe du retour inverse de la lumière.* Dans l'expérience de réfraction, si un rayon arrive suivant A_2I, il se réfracte selon IA_1 : Le trajet de la lumière réfractée ne dépend pas de son sens de propagation.

De manière tout à fait évidente, principe du retour inverse de la lumière s'applique aussi au cas de la réflexion (symétrie du rayon incident et du rayon réfléchi par rapport à la normale)

Le principe du retour inverse de la lumière s'énonce comme suit, à la fois pour la réflexion et pour la réfraction :

« Le trajet suivi par la lumière est indépendant du sens de propagation.»

2.3 COMPLEMENT SUR LES LOIS DE LA REFRACTION

Définition : on dit qu'un milieu est plus réfringent qu'un autre milieu si son indice de réfraction est supérieur à celui de l'autre milieu. Inversement, on dit qu'un milieu est moins réfringent qu'un autre milieu si son indice de réfraction est inférieur à celui de l'autre milieu.

2.3.1 ANGLE DE REFRACTION LIMITE

Si la lumière passe d'un milieu (1) moins réfringent à un milieu (2) plus réfringent, c'est-à-dire si $n_1 < n_2$, d'après la 3ème loi de Snell-Descartes on a :

$$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 \Rightarrow \sin i_2 < \sin i_1 \Rightarrow i_2 < i_1 \qquad (2.3)$$

car les 2 angles sont aigus et de même signe.

A tout rayon incident A_1I correspond un rayon réfracté IA_2. Le rayon réfracté se rapproche de la normale en passant dans le milieu plus réfringent. Pour l'incidence rasante, le rayon incident est pratiquement tangent à la surface du dioptre. Lorsque i_1 varie entre 0 et $\pi/2$, i_2 varie entre les valeurs 0 et l'angle limite l donné par :

$$n_1 \sin \frac{\pi}{2} = n_2 \sin l \Rightarrow \sin l = \frac{n_1}{n_2} \qquad (2.4)$$

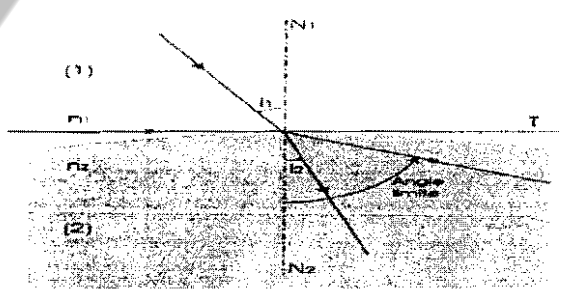


Figure 2.2: Réfraction sur un dioptre

Pour étudier les variations de i_2 en fonction de i_1 il suffit de différentier la 3ème loi de Snell - Descartes :

$$n_1 \cos i_1 \, di_1 = n_2 \cos i_2 \, di_2 \Rightarrow \frac{di_2}{di_1} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\cos i_1}{\cos i_2} \qquad (2.5)$$

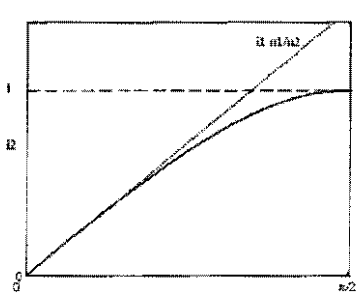


Figure 2.3 Variation de i_1 en fonction de i_2, cas où $n_2 > n_1$

La dérivée toujours positive s'annule si $i_1 = \pi/2$ et est peu différente de n_1 / n_2 si i_1 est faible.
Le tableau ci-après donne quelques valeurs de l'indice de réfraction ainsi que l'angle limite de réfraction si le milieu de départ est l'air

Eau	Verre Crown	Verre Flint	Diamant
n = 1.333	n = 1.52	n = 1.60	n= 2.41
l = 48,59 °	l = 41,14 °	l = 38,68 °	l = 24,52 °

2.3.2 REFLEXION TOTALE

Si la lumière passe d'un milieu plus réfringent (1) à un milieu moins réfringent (2), le rayon réfracté s'éloigne de la normale. L'angle i_2 devient égal à $\pi/2$ si l'angle i_1 prend la valeur l telle que :

$$n_1 \sin l = n_2 \sin\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin l = \frac{n_2}{n_1} \qquad (2.5)$$

l est l'angle de réfraction limite. D'après le principe de retour inverse de la lumière, l est égal à l'angle de réfraction limite au milieu plus réfringent d'indice n_1.Les rayons qui arrivent sous un angle d'incidence supérieur à l ne peuvent pas être réfractés : ils subissent une réflexion totale et la surface de séparation des deux milieux se comporte alors comme un miroir parfait.

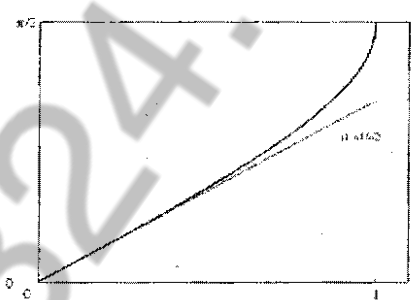


Figure 2.4: Cas $n_2 < n_1$

On peut à nouveau tracer la courbe de variation de i_2 en fonction de i_1 : la pente de la tangente à l'origine est toujours n_1 / n_2.

Application

Avec la réflexion totale, on a constitué un miroir parfait. Ceci veut dire qu''a part la perte d'intensité de la lumière due aux rugosités plus ou moins importantes de la surface de séparation des deux milieux toute l'énergie lumineuse est réfléchie par la surface. La réflexion totale est largement mise `a profit dans certains appareils d'optique tels que les jumelles où une disposition judicieuse de prismes permet de réaliser des réflexions totales. Un des avantages d'un tel dispositif est alors de réduire l'encombrement de l'appareil.

Déviations de rayons

Sur la figure ci-dessous, on a représenté des exemples de réflexion totale. En effet si on considère l'indice du verre égal à 1,5 et les différents prismes plongés dans l'air, on obtient un angle limite de réfraction: $\sin l = \frac{1}{1.5}$ soit l = 41,8 °. Comme l'incidence est $\frac{\pi}{4} > l$, il y a réflexion totale.

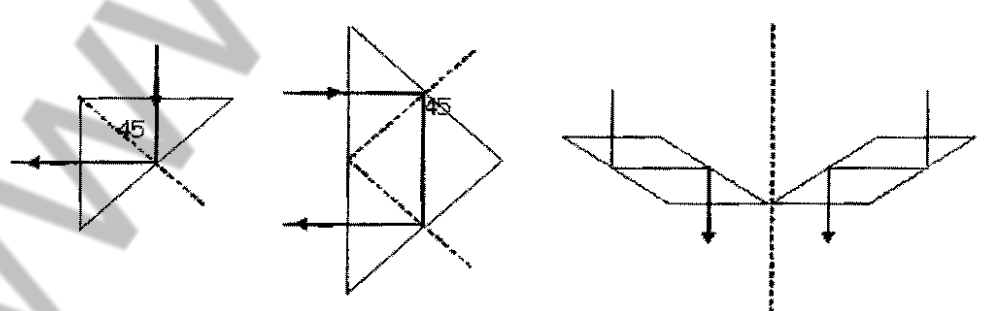


Figure 2.5

Les fibres optiques à saut d'indice

Une fibre optique est constituée d'un cœur, d'une gaine et d'une gaine protectrice en polyvinyle. Le cœur et la gaine sont en silice, dopés par des oxydes et le diamètre de cœur vaut généralement moins de 50 µm, alors que le diamètre de la gaine vaut environ 125 µm.

WWW.TALIB24.COM

On peut considérer un guide plan constitué d'un milieu d'indice n_1 entouré de deux milieux d'indice $n_2 < n_1$. La lumière sera guidée pour les rayons tels que $i > l = \mathrm{Arcsin}(n_2/n_1)$.

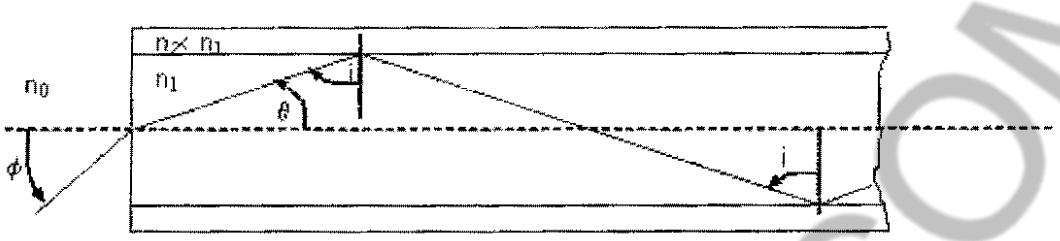


Figure 2.6

A l'entrée du guide, la relation de Descartes implique, $n_0 \sin\phi = n_1 \sin\theta$ avec $\theta = \pi/2 - i$. La condition d'injection pour qu'il y ait propagation par réflexion totale est : $n_0 \sin\phi < n_1 \cos l$. Comme $\sin l = n_2/n_1$, on peut écrire $\cos l = \sqrt{1-\sin^2 l}$, et donc, $n_0 \sin\phi < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

Au delà de ϕ_0 tel que, $n_0 \sin\phi_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$, le cône de lumière entrant se perd par réfraction. Cette expression est l'ouverture numérique $ON = n_0 \sin\phi_0$. Comme dans la pratique $n_1 \sim n_2$, on peut, en notant $n_1 - n_2 = \Delta n$ et $n_1 + n_2 = 2n$, écrire $ON = \sqrt{2n\Delta n}$

D'après les lois de la réfraction, la propagation de la lumière se fait par maintien de l'angle de réflexion totale i. La condition de guidage s'écrit alors, $\sin\phi < \sqrt{2n\Delta n}/n_0$

Remarque : Pour une fibre optique, dont la section est circulaire, tout ce qui précède reste valable. Il suffit de faire tourner la figure autour de son axe, d'un tour. Les rayons représentés sont méridiens, mais il existe des rayons obliques, correspondant à des rayons qui seraient hors du plan de la figure. On voit que pour ces rayons l'incidence sera supérieure à i, et par conséquent, si la condition de guidage est satisfaite pour les rayons méridiens, elle le sera à fortiori pour les rayons obliques du même faisceau.

Si la fibre est courbée modérément, les angles d'incidence changeront de valeur, mais restent néanmoins toujours plus grands que l'angle limite.

En utilisant des fibres pour éclairer et pour regarder, il est ainsi possible au médecin d'examiner par exemple l'estomac d'un patient. Cette technique est connue sous le nom d'endoscopie. La figure ci-dessous représente le principe des fibres optiques à gradient d'indice

2.3.3 REFRACTION DANS UN MILIEU NON HOMOGENE

On considère le cas d'un milieu formé de couches d'indices décroissant vers le haut. Il y a réfraction à la traversée de chacune des surfaces de séparation et le trajet de la lumière est formé d'une suite de tronçons rectilignes. L'angle d'incidence augmentant à chaque fois, une réflexion totale peut se produire en J et le rayon lumineux est alors renvoyé vers les couches inférieures. Si la variation de l'indice est continue, la ligne brisée est remplacée par une courbe :

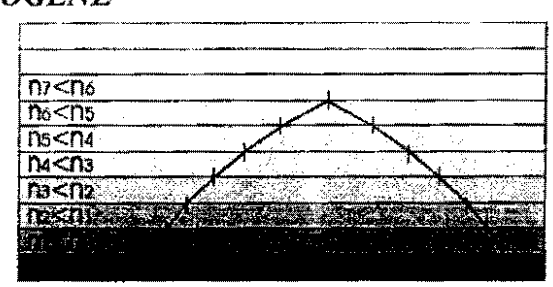
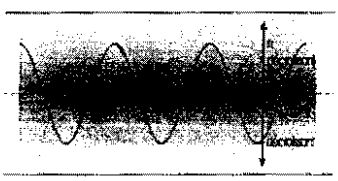


Figure 2.7

Applications

Ces propriétés sont mises à profit pour réaliser des fibres optiques à gradient d'indice schématisées ci-dessous. La lumière est guidée à l'intérieur de la fibre et est intégralement transmise.



WWW.TALB24.COM

Figure 2.8

Les mirages sont explicables quand on sait que l'indice n de l'air augmente avec sa masse volumique

$$\frac{n-1}{\rho} = Cte \tag{2.8}$$

Dans une situation où le sol est très chaud, au fur et à mesure que l'on s'élève, la température de l'air décroît assez rapidement pour que la masse volumique et donc l'indice n croissent.

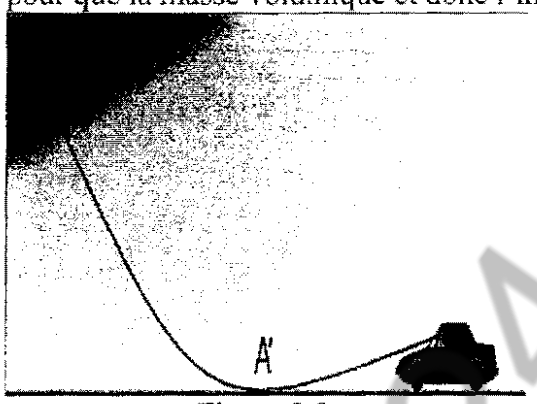


Figure 2.9

Dans ces conditions la lumière issue de A dirigée vers le bas rencontre des couches à indice décroissant. Pour des inclinaisons convenables, elle peut subir la réflexion totale. La lumière est renvoyée vers le haut et l'oeil de l'observateur O qui la reçoit situe la source sur la tangente OA'. Le coin de ciel bleu A donne l'illusion de la nappe d'eau en A'.

2.3.4 CONSTRUCTION GEOMETRIQUE

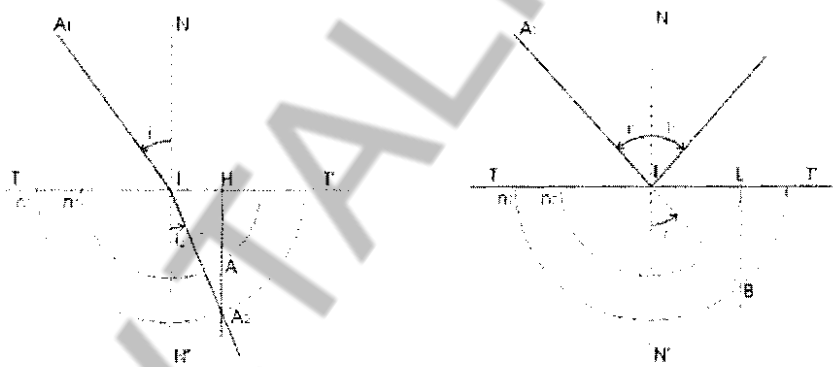


Figure 2.10

Le plan d'incidence est pris pour plan de figure 2.10. En prenant I, le point d'incidence, pour centre, on trace deux cercles de rayons proportionnels à n_1 et n_2. Le prolongement du rayon incident A_1I coupe le cercle de rayon n_1 en A. Si TT' est la trace du plan tangent en I à la surface de séparation des deux milieux d'indices n_1 et n_2, la normale AH à TT' coupe le demi cercle de rayon n_2 en A_2. Le rayon réfracté est IA_2. En effet :

$$IH = IA\sin i_1 = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \;\; et \;\; IH = IA.\sin(IA_2H) \tag{2.9}$$

Dans le cas $n_2>n_1$ le cercle de rayon n_1 est intérieur au cercle de rayon n_2 et la construction est toujours possible. Si, au contraire, $n_2<n_1$ le rayon extrême qui peut pénétrer dans le milieu d'indice n_2 coupe le cercle de rayon n_1 en un point B tel que la normale BH soit tangente au cercle de rayon n_2 On a ainsi construit graphiquement l'angle limite l :

$$\sin l = \sin(LIB) = \frac{IL}{IB} = \frac{n_2}{n_1} \tag{2.10}$$

WWW.TALIB24.COM

3. SYSTEMES OPTIQUES - OBJETS ET IMAGES

3.1 STIGMATISME

Le rôle des instruments d'optique est de permettre d'observer des reproductions appelées images, des objets, aussi fidèles que possible.
Si un système optique, c'est-à-dire, un instrument ou une partie de celui-ci fait passer les rayons issus d'un point objet A en un point A', on dit que A' est l'image de A. D'après le principe de retour inverse de la lumière, A' et A peuvent échanger leurs rôles c'est pourquoi on dit également que A' et A sont conjugués.

Lorsque les rayons issus d'un point A qui entrent dans l'instrument en ressortent en passant tous par un point A' on réalise le stigmatisme rigoureux pour le couple de points A A'. Cette propriété est difficile à réaliser même pour des systèmes optiques très simples De plus, mis à part le cas du miroir plan, les surfaces correspondantes ne sont rigoureusement stigmatiques que pour un seul couple de points ce qui limite beaucoup leur intérêt pour la formation des images d'objets étendus.
Par ailleurs le stigmatisme rigoureux est un idéal qui ne tient pas compte :
- des phénomènes de diffraction qui tendent toujours à élargir l'image d'un point
- des caractéristiques du détecteur. La rétine de l'oeil, par exemple est formée de cellules de quelques microns de diamètre et deux points lumineux qui sont sur la même cellule ne sont pas distingués par l'observateur.

Pratiquement on peut se contenter de systèmes optiques qui réalisent un stigmatisme approché, c'est-à-dire qui sont tels que les rayons issus d'un point A qui entrent dans l'instrument en ressortent en passant tous assez près d'un point A' à l'échelle du pouvoir séparateur du dispositif d'observation (film photographique, oeil ...)

3.2 APLANETISME

En général, le but d'un instrument d'optique ne se limite pas à obtenir une image ponctuelle ; il s'agit plutôt d'obtenir une image étendue. Soit un système optique supposé stigmatique pour un couple de points A et A', s'il est encore stigmatique pour un couple de points B et B' situés respectivement dans les plans perpendiculaires à AA' et contenant A et A', on dira qu'il est aplanétique. La propriété de stigmatisme est alors conservée dans un plan. Autrement dit, la surface conjuguée d'un plan par le système optique est un plan de front.

On montre que la condition nécessaire et suffisante d'aplanétisme est appelée condition d'Abbe et se traduit par la relation suivante :

$$n\,\overline{AB}\,\sin u = n'\,\overline{A'B'}\,\sin u' \qquad (3.1)$$

où n et n' indique respectivement les indices des milieux avant et après le système optique, u désignent l'angle que fait un rayon quelconque issu de A avec l'axe AA' et u' est celui de l'émergent correspondant.

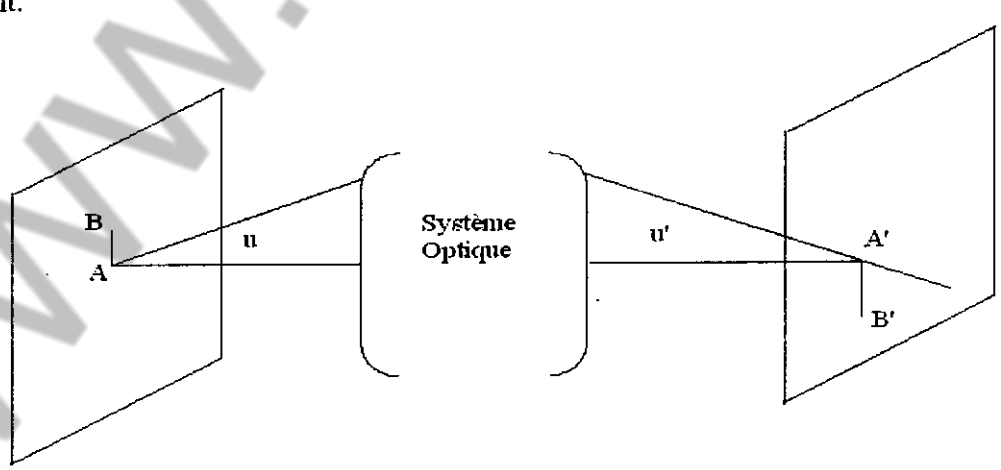


Figure 3.1

3.3 NATURE DES OBJETS ET DES IMAGES

Les objets de la vie courante sont réels. Du point de vue de l'optique, tout point d'un objet réel envoie des rayons lumineux vers la face d'entrée des instruments. Un point objet réel, pour un système optique, est situé avant la face d'entrée de celui-ci, dans le sens de propagation de la lumière.

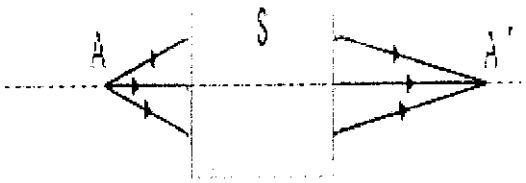


Figure 3.2: Objet réel et image réelle pour S

De même, les rayons émergents de la face de sortie du système optique forment une image réelle s'ils passent par "un point" situé après cette face toujours dans le sens de propagation de la lumière. Expérimentalement une image réelle peut être recueillie sur un écran.
Dans le cas où ce ne sont pas les rayons eux-mêmes mais leurs supports qui passent par "un point" en sortant de l'instrument, on dit que l'image est virtuelle. Elle ne peut pas être recueillie sur un écran.

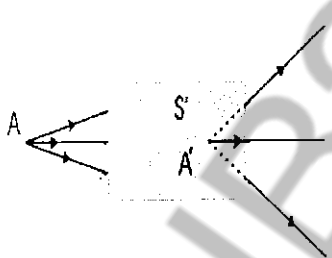


Figure 3.3: Objet réel, image virtuelle pour S

Il est important de bien comprendre que l'image réelle A' donnée par le système S, comme l'image virtuelle A' donnée par le système S' peuvent jouer le rôle d'objet réelle pour un système S" comme le montrent la figure 3.4.
Enfin dans le cas où la face d'entrée d'un système comme S" intercepte les rayons provenant d'un système donnant une image réelle, le point de convergence des supports des rayons incidents constitue un point objet virtuel pour le système S" (Figure 3.5).

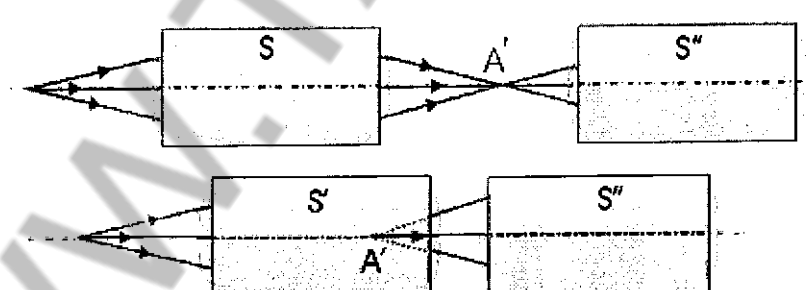


Figure 3.4: Dans les deux cas A' joue le rôle d'objet réel pour S"

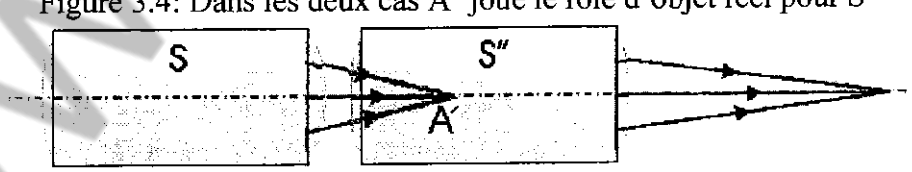


Figure 3.5: A' joue le rôle d'objet virtuel pour S"

3.4 MIROIRS PLANS

Un miroir est une surface capable de réfléchir la lumière presque en totalité quelque soit l'angle d'incidence. Le miroir est plan si la surface est plane. Les miroirs plans vont nous permettre d'illustrer les notions qui viennent d'être introduite de point objet et point image.

WWW.TALIB24.COM

Le rayon AH, normal au miroir, fait retour sur lui-même : l'image de A, si elle existe, est donc sur la normale. Le rayon réfléchi IR d'un rayon incident quelconque AI (figure 3.6) est dans le plan d'incidence AIN qui contient aussi AH (puisque AH et IN sont parallèles, comme droites perpendiculaires à un même plan, et que par définition A appartient au plan d'incidence).

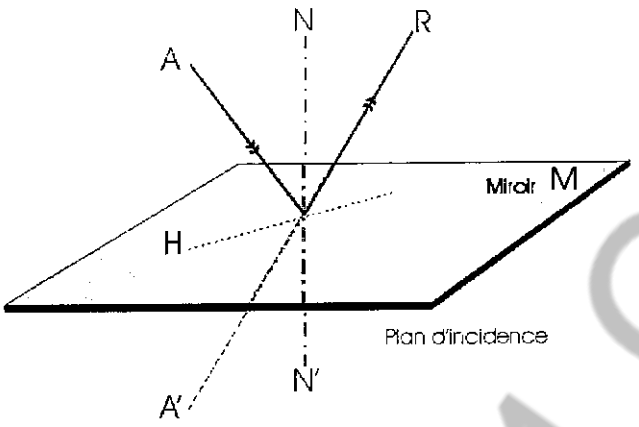


Figure 3.6

Le support de IR rencontre AH en un point A'. Dans le triangle AIA' la hauteur IH est aussi la bissectrice, donc ce triangle est isocèle. Par conséquent IH est aussi la médiane et on a $\overline{AH} = \overline{HA'}$.
Ceci montre que A' est le symétrique de A par rapport au plan du miroir quel que soit le rayon incident considéré. Au point A, choisi quelconque pour la démonstration, correspond toujours un point A' tel que tous les rayons issus de A qui arrivent sur la surface du miroir se réfléchissent en passant par A'. On dit que A' est l'image de A. Elle est rigoureusement stigmatique et on peut énoncer : Le miroir plan réalise le stigmatisme rigoureux pour tout point de l'espace. L'image A' d'un point A est le symétrique de A par rapport au plan du miroir.

3.5 DIOPTRE PLAN

3.5.1 RECHERCHE DU STIGMATISME RIGOUREUX

Un dioptre plan est constitué par l'ensemble de deux milieux transparents d'indices différents séparés par une surface plane.
Les rayons issus du point objet A_1 situé dans le milieu (1) d'indice n_1 se réfractent en passant dans le milieu (2) d'indice n_2. On cherche, en effectuant un raisonnement purement géométrique, s'il existe des points particuliers qui réalisent le stigmatisme rigoureux : c'est-à-dire pour lesquels tous les rayons issus du point objet passent par un même point après réfraction.

A1 est à l'infini

Tous les rayons incidents sont parallèles entre eux et forment un faisceau cylindrique. D'après la 3ème loi de Snell-Descartes, tous les rayons émergents sont eux aussi parallèles et donc, pour un observateur, ils paraissent provenir d'un point A_2 unique qui est également à l'infini.

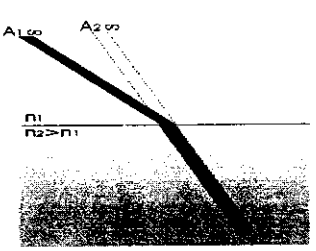


Figure 3.7

A1 est à distance finie

Le système est de révolution autour de la normaleA_1H. Le rayon A_1H traverse la surface sans déviation. Si une image de A_1 existe, elle est donc nécessairement sur A_1 H.
Pour dessiner la figure 3.8, on se place dans le plan d'incidence correspondant à un rayon incident quelconque.
Le rayon réfracté coupe A_1H en A . On a :

WWW.TALB24.COM

$$\overline{HI} = \overline{HA_1} tgi_1 = \overline{HA_2} tgi_2 \Rightarrow \overline{HA_2} = \overline{HA_1} \frac{tgi_1}{tgi_2} \quad (3.2)$$

Pour les différents rayons issus de A_1, i_1 varie et tgi_1 / tgi_2 n'est pas constant puisque $\sin i_1 / \sin i_2$ l'est. Les rayons réfractés ne se rencontrent donc pas tous en un même point. Il n'y a donc pas du stigmatisme rigoureux pour les points à distance finie.

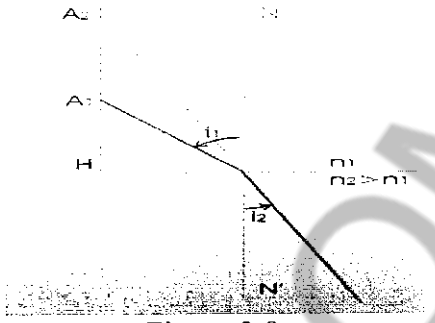


Figure 3.8

3.5.2 ÉTUDE DES IMAGES DANS LE CAS DU STIGMATISME APPROCHÉ

Si l'angle i_1 est faible il en est de même pour l'angle i_2 et on peut écrire :

$$tgi_1 \approx \sin i_1 \quad et \quad tgi_2 \approx \sin i_2 \quad (3.3)$$

On obtient alors avec une bonne approximation :

$$\overline{HA_2} = \overline{HA_1} \frac{tgi_1}{tgi_2} \approx \overline{HA_1} \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \overline{HA_1} \frac{n_2}{n_1} \quad (3.4)$$

Cette relation peut être mise sous la forme symétrique :

$$\frac{\overline{HA_1}}{n_1} = \frac{\overline{HA_2}}{n_2} \quad (3.5)$$

Les relations établies montrent que $\overline{HA_1}$ et $\overline{HA_2}$ sont de même signe et donc que A_1 et A_2 sont dans le même milieu et, par conséquent, de natures opposées comme le montre la figure 19.
L'image A_2 se déduit de A_1 par une translation apparente, le long de la normale, d'amplitude :

$$\overline{A_1A_2} = \overline{A_1H} + \overline{HA_2} = \overline{A_1H} + \overline{HA_1} \frac{n_2}{n_1} = \overline{A_1H}\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) \quad (3.6)$$

Image d'un objet étendu. Si les rayons émis par un objet situé dans un plan P et reçus par un observateur sont presque normaux à la surface du dioptre son image est dans un plan P' dont chaque point A_2 est l'image d'un point A_1 de P située à une distance de la surface du dioptre égale à n_2/n_1 fois celle de A_1. Si P n'est pas parallèle à la surface du dioptre, les proportions ne sont pas conservées dans toutes les directions et l'image n'est plus semblable à l'objet.
Mais, si l'objet A_1B_1 est dans un plan P parallèle à la surface du dioptre (soit donc dans un plan perpendiculaire à " l'axe " A_1H), l'image A_2B_2 est, parallèle à l'objet, égale, de même sens et de nature opposée à celui-ci. Dans ces conditions le dioptre plan réalise l'aplanétisme. L'ensemble des conditions énoncées s'appliquera à beaucoup d'autres systèmes optiques.
Le stigmatisme approché et l'aplanétisme sont réalisés pour les points voisins du point objet A_1 et du point image A_2 (qui sont sur l'axe sur lequel est placé l'oeil de l'observateur) pour lesquels les rayons à considérer, c'est-à-dire ceux qui traversent l'instrument et parviennent à l'observateur, sont peu inclinés sur l'axe. Ces deux exigences (point voisins de l'axe optique et rayons peu inclinés sur l'axe) constituent les conditions de **l'approximation de Gauss** qui ne tient en compte que des rayons paraxiaux pour la formation de l'image à travers l'instrument.

4 DIOPTRE ET MIROIR SPHÉRIQUES

4.1 DÉFINITIONS ET CONVENTIONS

Un dioptre sphérique est formé de deux milieux transparents d'indices différents n_1 et n_2 séparés par une surface sphérique. L e centre et le rayon du dioptre sont le centre et le rayon algébrique $\overline{SC}$ de la sphère. L'axe principal du dioptre est le diamètre de la sphère perpendiculaire au plan de base de la calotte sphérique utile : c'est l'axe optique. Le pôle de cette même calotte est le sommet S du

WWW.TALIB24.COM

dioptre. Toutes les distances le long de l'axe optique sont mesurées algébriquement en orientant positivement cet axe dans le sens de propagation de la lumière.

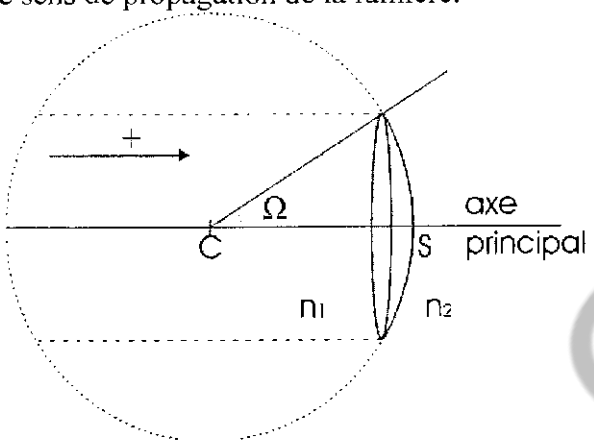


Figure 4.1

4.2 CONDITIONS DU STIGMATISME APPROCHÉ

Le stigmatisme rigoureux est réalisé pour le centre du dioptre qui est sa propre image ainsi que pour certains couples bien particuliers de points : les points de WEIERSTRASS. On admet que, comme pour le dioptre plan, le stigmatisme approché sera bien réalisé dans les conditions de l'approximation de Gauss.

Dans le cadre de cette approximation les rayons sont paraxiaux ce qui correspond aux deux hypothèses suivantes :

- le plan (perpendiculaire à l'axe) en I peut être confondu avec le plan tangent en S.
- pour les rayons voisins de l'axe les angles i_1 et i_2 seront toujours petits de telle sorte qu'on pourra utiliser, si i est exprimé en radians, les égalités approchées suivantes : $\sin i \approx tgi$ *et* $\cos i \approx 1$.

4.3 FORMULE DE CONJUGAISON AVEC ORIGINE AU SOMMET

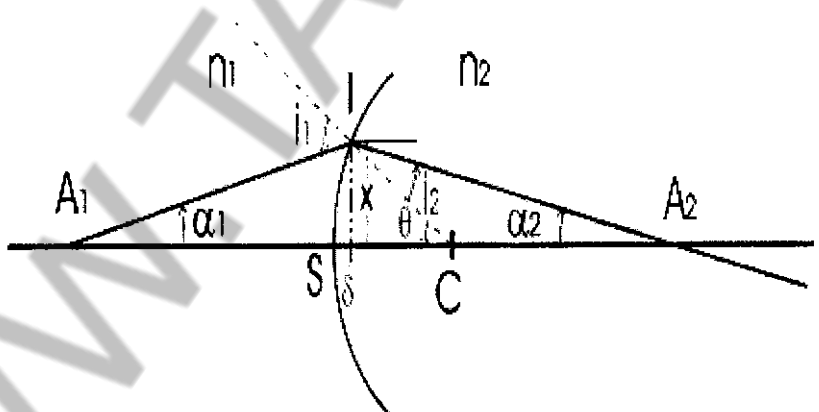


Figure 4.2

On pose α_1 l'angle que fait la rayon incident A_1I avec l'axe optique et α_2 l'angle que fait, avec cet axe, le rayon réfracté correspondant. L'angle que fait CI avec CS est noté θ.

Le rayon axial A_1C n'étant pas dévié l'image A_2 point d'intersection des émergents sera sur l'axe. On repère la position de A_1 par rapport au sommet S par SA_1 et, de même, celle de A_2 par SA_2. La position du rayon par rapport à l'axe au moment de la réfraction est mesurée par $x \cong SI$ (dans l'approximation de Gauss $\delta \cong 0$).

Le théorème sur l'angle extérieur d'un triangle donne :

WWW.TALIB24.COM

dans CIA_1 : $\alpha_1+\theta = i_1$

dans CIA_2 : $\theta = |\alpha_2|+i_2$

D'après la loi de Descartes pour les angles faibles :

$$n_1\, i_1 = n_2\, i_2$$

En combinant ces trois équations on obtient :

$$n_1\,(\alpha_1+\theta) = n_2\,(\theta-|\alpha_2|)$$

d'où on tire :

$$n_1\,\alpha_1+ n_2|\alpha_2| = (n_2- n_1)\theta$$

En remarquant que :

$$\alpha_i \approx tg\alpha_1 = \frac{-x}{\overline{SA_1}}, |\alpha_2| \approx tg|\alpha_2| = \frac{x}{\overline{SA_2}} \; et \; \theta \approx tg\theta = \frac{x}{\overline{SC}}$$

et en substituant α_1, α_2 et θ, nous avons

$$\frac{n_2}{\overline{SA_2}} - \frac{n_1}{\overline{SA_1}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \tag{4.1}$$

4.4 FOYERS ET VERGENCE

4.4.1 FOYERS

Si, dans les conditions du stigmatisme approché, A_1 s'éloigne indéfiniment sur l'axe, son conjugué est, par définition, le FOYER IMAGE F' du dioptre et SF' est la DISTANCE FOCALE IMAGE du dioptre. Il suffit de faire $SA_1 = \infty$

$$\mathbf{f' = \overline{SF'} = \frac{n_2\,\overline{SC}}{n_2 - n_1}} \tag{4.2}$$

Le point image A_2 est à l'infini dans la direction de l'axe optique quand le point objet est au FOYER OBJET F_1 du dioptre. SF est la DISTANCE FOCALE OBJET du dioptre.
En faisant $SA_2 = \infty$

$$\mathbf{f = \overline{SF} = \frac{-n_1\,\overline{SC}}{n_2 - n_1}} \tag{4.3}$$

Des relations précédentes on tire :

$$\overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC} \quad et \quad \frac{\overline{SF}}{\overline{SF'}} = -\frac{n_1}{n_2} \tag{4.4}$$

Le rapport des distances focales d'un dioptre sphérique est égal à l'opposé du rapport des indices.
Les foyers F et F' sont toujours de part et d'autre du sommet S. Si F' est dans le milieu d'indice n_2, donc réel, F est dans le milieu d'indice n_1, donc également réel. De la même façon, si F' est dans le milieu n_1, il est virtuel et F qui est alors dans le milieu n_2 est également virtuel.

4.4.2 VERGENCE

Dans le cas où le foyer image F d'un dioptre est réel, tous les rayons incidents paraxiaux parallèles à l'axe convergent en F'. Ce dioptre, à foyers réels, est alors dit convergent. La distance focale image SF' est une quantité positive et on en déduit que le " rayon " $\overline{SC}$ et $(n_2 - n_1)$ sont de même signe. Par définition, la vergence V d'un dioptre sphérique est :

$$\mathbf{V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = -\frac{n_1}{f} = \frac{n_2}{f'}} \tag{4.5}$$

La vergence s'exprime en **DIOPTRIES** (symbole δ) ;
La vergence est ainsi positive pour un dioptre convergent et négative pour un dioptre divergent. On peut aussi remarquer que le centre d'un dioptre convergent est toujours situé dans le milieu le plus réfringent.

WWW.TALIB24.COM

4.5 FORMULE DE NEWTON (FORMULE AVEC ORIGINES AUX FOYERS)

Si on divise la relation de conjugaison avec origine au sommet par V on obtient :

$$-\frac{n_1\overline{SC}}{(n_2-n_1)\overline{SA_1}}+\frac{n_2\overline{SC}}{(n_2-n_1)\overline{SA_2}}=1$$

Cette dernière relation s'écrit aussi :

$$\frac{\overline{SF}}{\overline{SA_1}}+\frac{\overline{SF'}}{\overline{SA_2}}=\frac{\overline{SF}}{\overline{SF}+\overline{FA_1}}+\frac{\overline{SF'}}{\overline{SF'}+\overline{F'A_2}}=1$$

Dans ce cas on repère la position de l'objet A_1 par rapport au foyer objet F_1 et la position de l'image A_2 par rapport au foyer image F_2. La relation précédente donne :

$$\left(\overline{SF'}+\overline{F'A_2}\right)\overline{SF}+\left(\overline{SF}+\overline{FA_1}\right)\overline{SF'}=\left(\overline{SF}+\overline{FA_1}\right)\left(\overline{SF'}+\overline{F'A_2}\right)$$

Après développement et simplification, on obtient une relation parfaitement symétrique qui constitue la formule de conjugaison de Newton:

$$\overline{FA_1}.\overline{F'A_2}=\overline{SF}.\overline{SF'} \qquad (4.6)$$

4.6 PLANS CONJUGUÉS, PLANS FOCAUX

Si un point B_1 est assez voisin de l'axe principal pour n'envoyer que des rayons paraxiaux, il a une image B_2 située sur l'axe secondaire B_1C.

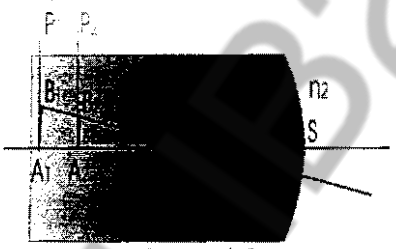


Figure 4.3

Tout point tel que B_1 appartenant à une portion de sphère de centre C et de rayon CA_1 a une image située sur une portion de sphère de centre C et de rayon CA_2. Dans les conditions du stigmatisme approché, ces portions de sphère peuvent être assimilées aux portions des plans tangents P_1 et P_2 en A_1 et A_2. Ces deux plans perpendiculaires à l'axe principal CS constituent deux plans conjugués.

On retrouve que le dioptre sphérique réalise l'aplanétisme dans les conditions de l'approximation de GAUSS.

Si l'un des deux plans conjugués est reporté à l'infini, l'autre est un PLAN FOCAL. Par exemple, le PLAN FOCAL IMAGE est le plan perpendiculaire à l'axe (principal) en F' : ce plan est le lieu des foyers secondaires tels ϕ' où convergent les faisceaux cylindriques de direction parallèle à $C\phi'$.

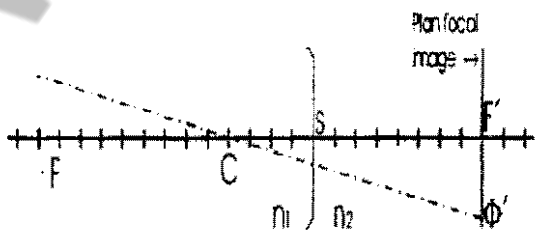


Figure 4.4

En pratique les systèmes optiques habituels sont employés dans les conditions de l'approximation de GAUSS en limitant la surface utile des dioptres à l'aide de diaphragmes. Un tel dioptre limité à une petite calotte sphérique très voisine du plan de front en S est représenté schématiquement comme le montre la figure 4.4.

WWW.TMIB24.COM

4.7 GRANDISSEMENTS, FORMULE DE LAGRANGE HELMHOLTZ

4.7.1 GRANDISSEMENT LINÉAIRE γ

Le grandissement linéaire est le rapport d'une dimension de l'image dans le plan de front en A_2 à la dimension correspondante de l'objet en A_1 :

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \tag{4.7}$$

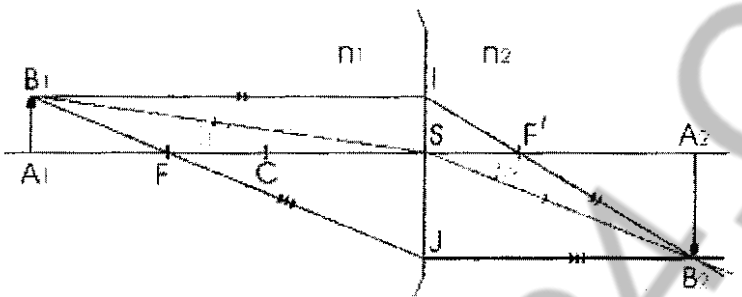


Figure 4.5

Dans le triangle SA_1B_1 on a $A_1B_1 = SA_1\ tg\ i_1 = SA_1\ i_1$ dans les conditions de GAUSS (avec $SA_1 < 0$, $i_1 < 0$ et $A_1B_1 > 0$). De même dans SA_2B_2 on a $A_2B_2 = SA_2\ tg\ i_2 = SA_2\ i_2$ (avec $SA_2 > 0$, $i_2 < 0$ et $A_2B_2 < 0$). Compte tenu de la troisième loi de Kepler $n_1i_1 = n_2i_2$, nous avons :

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{n_1\overline{SA_2}}{n_2\overline{SA_1}} \tag{4.8}$$

Pour obtenir une autre expression de γ, $F'A_2B_2$ et $F'SI$ étant semblables et $A_1B_1 = SI$, il vient alors :

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{F'A_2}}{n_2\overline{F'S}}$$

et finalement, puisque $F_1A_1.F_2A_2 = SF_1.SF_2$:

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A_2}}{\overline{SF'}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA_1}} \tag{4.9}$$

4.7.2 FORMULE DE LAGRANGE HELMHOLTZ

Soit un rayon incident quelconque A_1I : il fait l'angle i_1 avec l'axe principal. Dans les conditions de l'approximation de GAUSS, le réfracté correspondant passe par l'image A_2 de A_1 et fait l'angle i_2 avec l'axe principal.

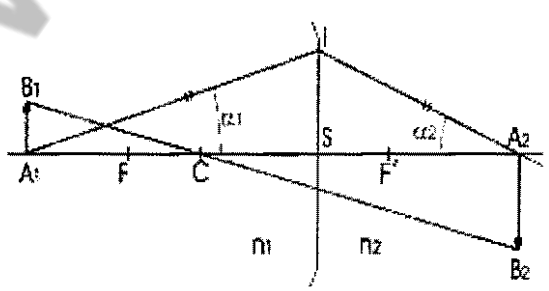


Figure 4.6

Les angles $\alpha_1 > 0$ et $\alpha_2 < 0$. Sur cette figure on voit que $-SI = SA_1.\ \alpha_1 = SA_2\alpha_2$ d'où, en utilisant l'expression 4.8 du grandissement linéaire

WWW.TALB24.COM

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} = \frac{n_2}{n_1}\gamma = \frac{n_2}{n_1}\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}}$$

soit :

$$n_1\alpha_1\overline{A_1B_1} = n_2\alpha_2\overline{A_2B_2} \tag{4.10}$$

L'égalité 4.10, connue sous le nom de relation de LAGRANGE - HELMHOLTZ, exprime évidemment la réalisation de l'aplanétisme dans l'approximation des rayons paraxiaux. Il s'agit du passage à la limite des petits angles de la relation d'ABBE ($n_1 \sin \alpha_1 A_1B_1 = n_2 \sin \alpha_2 A_2B_2$).

4.7.3 GRANDISSEMENT ANGULAIRE

Si on désigne par $G = \alpha_2/\alpha_1$ le rapport de convergence ou grandissement angulaire pour le couple de points conjugués A_1 et A_2, on voit à partir de la relation 4.10 que : $G\,\gamma = n_1/n_2$

4.7.4 COMPLEMENT : FORMULES AVEC ORIGINE AU CENTRE

Dans quelques cas particuliers (lentille demi boule par exemple) il peut être très intéressant de prendre le centre C pour origine. Pour cela, on utilise la formule de conjugaison avec origine au sommet:

$$-\frac{n_1}{\overline{SA_1}} + \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \Rightarrow -\frac{n_1\overline{SC}}{\overline{SA_1}} + \frac{n_2\overline{SC}}{\overline{SA_2}} = n_2 - n_1$$

$$n_1\left(1 - \frac{\overline{SC}}{\overline{SA_1}}\right) - n_2\left(1 - \frac{\overline{SC}}{\overline{SA_2}}\right) = 0$$

ce qui peut s'écrire :

$$n_1\left(1 + \frac{\overline{CS}}{\overline{SA_1}}\right) - n_2\left(1 + \frac{\overline{CS}}{\overline{SA_2}}\right) = n_1\frac{\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} - n_2\frac{\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}} = 0$$

d'où on tire :

$$n_2\frac{\overline{SA_1}}{\overline{CA_1}} - n_1\frac{\overline{SA_2}}{\overline{CA_2}} = n_2\frac{\overline{SC} + \overline{CA_1}}{\overline{CA_1}} - n_1\frac{\overline{SC} + \overline{CA_2}}{\overline{CA_2}} = 0$$

soit encore :

$$n_2\left(\frac{\overline{SC}}{\overline{CA_1}} + 1\right) - n_1\left(\frac{\overline{SC}}{\overline{CA_2}} + 1\right) = -n_2\frac{\overline{SC}}{\overline{CA_1}} + n_2 - n_1\frac{\overline{SC}}{\overline{CA_2}} - n_1 = 0$$

et donc finalement :

$$\frac{n_2}{\overline{CA_1}} - \frac{n_1}{\overline{CA_2}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{CS}} = -V \tag{4.11}$$

Et pour le grandissement on voit sur la figure 4.6 que :

$$\gamma = \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} \tag{4.12}$$

4.8 LENTILLES MINCES

Une lentille est un système centré formé par un milieu transparent homogène et isotrope, d'indice n, limité par deux surfaces sphériques de rayons respectifs $\overline{S_1C_1}$ et $\overline{S_2C_2}$ Les deux faces baignent dans un même milieu, généralement est l'air.

En optique une lentille est considérée comme mince si on peut, avec une très bonne approximation, confondre les sommets S_1 et S_2 et un point O dit le centre optique. C'est un point

WWW.TALIR24.COM

situé dans le milieu intermédiaire tel qu'à tout rayon incident dont le support passe par ce point, il correspond un rayon émergent parallèle.

FORMULE DE CONJUGAISON

On considère la relation de conjugaison des deux dioptres sphériques :

$$\begin{array}{ccccc} (1) & DS_1 & (n) & DS_2 & (1) \\ A & \longrightarrow & A_1 & \longrightarrow & A' \end{array}$$

Nous avons :

$$\frac{n}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{n-1}{\overline{OC_1}}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{n}{\overline{OA_1}} = \frac{1-n}{\overline{OC_2}}$$

d'où

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = (1-n)\left(\frac{1}{\overline{OC_2}} - \frac{1}{\overline{OC_1}}\right) \qquad (4.13)$$

Selon les valeurs algébriques de $\overline{OC_2}$ et $\overline{OC_1}$, on distingue 6 types différents de lentilles classés en 2 groupes (figure 4.7), lentilles convergentes (bords minces) et lentilles divergentes (bords épais).

Figure 4.7

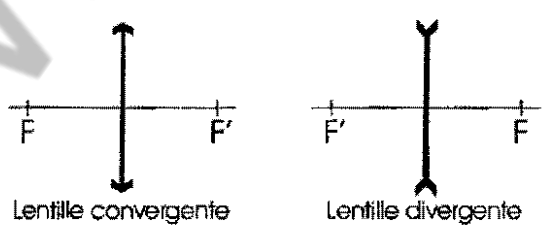


Figure 4.8

La figure 4.8 donne les représentations conventionnelles des lentilles minces convergentes et divergente.

POSITION DES FOYERS

FOYER IMAGE

WWW.TALIB24.COM

Si, dans les conditions du stigmatisme approché, A s'éloigne indéfiniment sur l'axe, son conjugué est, par définition, le FOYER IMAGE F' de la lentille et OF' est la distance focale image de la lentille. Il suffit de faire $\overline{OA} = \infty$

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = (1-n)\left(\frac{1}{\overline{OC_2}} - \frac{1}{\overline{OC_1}}\right) = V \tag{4.14}$$

V est la vergence de la lentille.

FOYER OBJET

Le point image A' est à l'infini dans la direction de l'axe optique quand le point objet est au foyer objet F. En faisant $\overline{OA'} = \infty$:

$$\frac{1}{\overline{OF}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_2}} - \frac{1}{\overline{OC_1}}\right) = -V \tag{4.15}$$

La lentille mince est complètement définie par la connaissance de la distance focale :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OF}} \tag{4.16}$$

4.9 MIROIRS SPHÉRIQUES

4.9.1 DÉFINITIONS

Un miroir sphérique est une portion de sphère réfléchissante qui, généralement, est en forme de calotte sphérique. L'axe principal du miroir est le diamètre de la sphère perpendiculaire au plan de base de la calotte : il passe par le centre C et le sommet S du miroir. Tout plan contenant l'axe est un plan de section principale. Si la surface réfléchissante est du côté du centre le miroir est concave. Il est convexe dans le cas contraire.

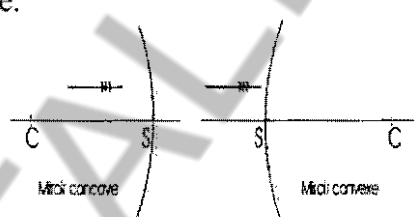


Figure 4.9

4.9.2 FORMULES DES MIROIRS SPHÉRIQUES

Elles se déduisent immédiatement de celles du dioptre sphérique si on remarque qu'on passe de la troisième loi de Snell-Descartes : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, à la seconde : $i = -r$ en considérant que $n_1 = +n$ lorsque la lumière se dirige vers le miroir et $n_2 = -n$ quand se propage en sens inverse. Si A désigne un point objet et A'son image à travers le miroir on obtient sans difficultés les formules ci-après.

Formules avec origine au sommet :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad et \quad \gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \tag{4.17}$$

Formules avec origine au centre :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}} \quad et \quad \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \tag{4.18}$$

En faisant $\overline{SA} = f$ et $\overline{SA'} = \infty SA = f$:

$$\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f \text{ distance focale du miroir}$$

WWW.TALIB24.COM

Formules avec origine au foyer. Formules de NEWTON :

$$\overline{FA}\,\overline{FA'} = SF^2 = f^2 \tag{4.19}$$

et

$$\gamma = -\frac{\overline{FA'}}{\overline{SF}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}} \tag{4.20}$$

Dans le cas d'un miroir sphérique l'objet et l'image se déplacent en sens inverse lors d'une translation sur l'axe.

5 SYSTEMES CENTRÉS DIOPTRIQUES

5.1 GÉNÉRALITÉS

5.1.1 DÉFINITION - CONDITIONS DE L'ÉTUDE

Un système centré dioptrique est formé par une succession de surfaces planes ou sphériques séparant des milieux transparents: les centres des faces sont alignés sur un même axe qui constitue l'axe principal du système.

Sauf cas très particulier un tel système ne permet pas de réaliser le stigmatisme rigoureux : on cherche donc le stigmatisme approché en se plaçant dans les conditions de l'approximation de GAUSS. Si ces conditions sont satisfaites, à un point OBJET correspond un point IMAGE ; un élément d'un plan de front admet une autre portion d'un autre plan de front comme image à travers le système : les deux plans sont des plans conjugués.

5.1.2 CORRESPONDANCE OBJET - IMAGE : RELATION DE LAGRANGE HELMHOLTZ

L'unicité de la correspondance objet-image se met facilement en évidence dans les conditions de l'approximation de GAUSS :

- le dioptre D_1 séparant les milieux d'indice n et n_1 donne de l'objet A une image A_1 qui sert d'objet pour le dioptre D_2.
- le dioptre D_2 séparant les milieux d'indice $n_1$et n_2 donne de l'objet A_1 une image A_2 qui sert d'objet pour le dioptre D_3.
- ...
- le dioptre D_i séparant les milieux d'indice n_{i-1} et n_i donne de l'objet A_{i-1} une image A_i qui sert d'objet pour le dioptre D_{i+1}.
- ...
- finalement,le dioptre D_p séparant les milieux d'indice n_{p-1} et n' donne de l'objet A_{p-1} une image A' qui est unique.

Après un choix convenable des origines on pourra donc toujours établir une relation de position entre A et A'.

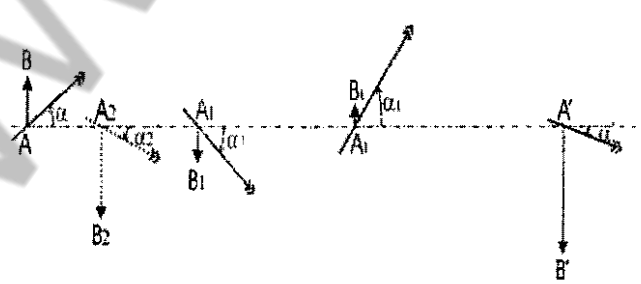


Figure 5.1

L'établissement d'une relation de grandeur est immédiat : pour chacun des dioptres constituant le système étudié, lorsque les conditions de l'approximation de GAUSS sont satisfaites, la relation de LAGRANGE-HELMHOLTZ est vérifiée. On a donc :

$$n\overline{AB}\alpha = n_1\overline{AB}\alpha_1 = n_2\overline{AB}\alpha_2 = \ldots = n_i\overline{AB}\alpha_i = \ldots = n'\overline{A'B'}\alpha' \tag{5.1}$$

WWW.TALIB24.COM

Ceci établit la relation de LAGRANGE HELMHOLTZ où n et n' sont les indices des milieux respectivement à l'entrée et à la sortie du système centré. AB et A'B' sont les mesures algébriques des dimensions correspondantes de l'objet et de l'image. Enfin α' est l'angle que fait avec l'axe en A' le rayon émergent correspondant à l'incident qui fait l'angle

$$n\overline{AB}\alpha = n'\overline{A'B'}\alpha' \qquad (5.2)$$

5.2 ÉLÉMENTS CARDINAUX

5.2.1 INTÉRÊT DES ÉLÉMENTS CARDINAUX

Pour certains systèmes centrés simples comme les lentilles, on peut déterminer la position et la dimension de l'image A'B' d'un objet AB en considérant l'action successive de chacun des dioptres. Mais, plus souvent, on a intérêt à utiliser des points ou des plans possédant des propriétés particulières permettant de construire, de façon simple, certains rayons réfractés. Ces points et ces plans constituent les éléments cardinaux du système.

Pour déterminer la position des éléments cardinaux on a besoin de connaître de façon très précise la géométrie (positions des centres et des sommets) et la composition (valeurs des indices des différents milieux) du système. En revanche, une fois ces éléments déterminés, toutes les études ultérieures pourront être effectuées sans avoir à connaître la structure physique du système centré et très simplement en utilisant sa représentation à l'aide de ses éléments cardinaux.

5.2.2 FOYERS ET PLANS FOCAUX

Par définition, si le point objet est à l'infini sur l'axe, son conjugué est le foyer principal image F'.

Par définition, le point objet F sur l'axe ayant pour conjugué le point image à l'infini sur l'axe est le foyer principal objet F. Pour un système, le foyer principal image et le foyer principal objet sont uniques.

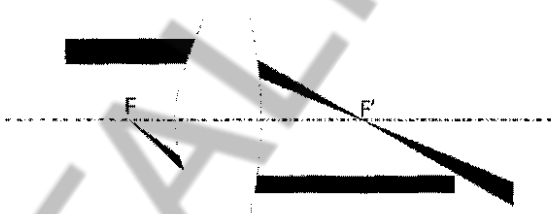


Figure 5.2

Le plan focal image et le plan focal objet sont les plans de front correspondants, c'est-à-dire les plans perpendiculaires à l'axe du système respectivement en F' et en F.

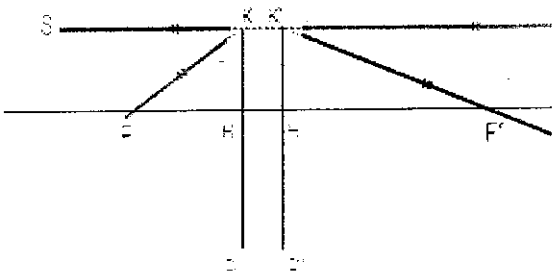
Le plan focal image est le lieu des foyers secondaires où convergent les faisceaux incidents cylindriques. De même le plan focal objet est le lieu des foyers secondaires par où passent les faisceaux émergents cylindriques. Si les foyers sont à l'infini le système est dit " AFOCAL ". On peut remarquer que le dioptre plan réalise un système afocal.

5.2.3 PLANS PRINCIPAUX

Les plans principaux sont deux plans de front conjugué pour lesquels le grandissement linéaire est égal à 1. Si, comme sur la figure 53, les foyers F et F' sont à distance finie, on considère un incident SI, parallèle à l'axe, qui émerge suivant I'F'. On considère également l'incident FJ tel que l'émergent correspondant ait même support que SI. Les points de rencontre K des incidents choisis et K' des émergents correspondants existent à distance finie et sont conjugués.

WWW.TALIB24.COM

Figure 5.3



Ce résultat est valable pour tous les couples de points voisins de l'axe des plans de front P et P' passant par K et K' tels que KH = K'H'. On remarque que le grandissement pour les plans P et P' est égal à 1 : ces deux plans sont donc les plans principaux. Les points H et H' sont les points principaux. Par définition HH' caractérise l'interstice du système

5.2.4 DISTANCES FOCALES ET VERGENCE

La distance focale objet est par définition la mesure algébrique $\overline{HF}$, parfois notée f.

La distance focale image est par définition la mesure algébrique $\overline{H'F'}$, parfois notée f'.

Sur la figure 5.4 le système est représenté par ses foyers et ses plans principaux : n est l'indice du milieu que voit la face d'entrée et n' l'indice du milieu que voit la face de sortie. Tous les rayons issus d'un point du plan focal objet émergent parallèles entre eux et donc à K'F'. Si on applique la relation de LAGRANGE HELMHOLTZ à l'objet *HK* et à son image *H'K'*, on a : $n.HK.\alpha = n'.H'K'.\alpha'$ soit dans ce cas particulier $n\alpha = n'\alpha'$.

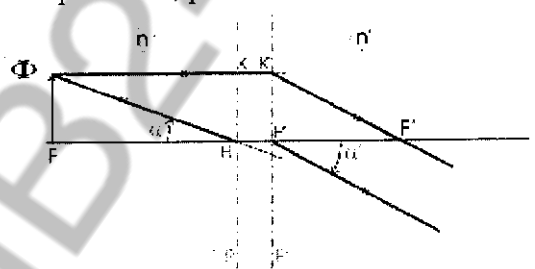


Figure 5.4

Par ailleurs, dans les conditions de l'approximation de GAUSS :

$$\overline{F\Phi} = \overline{HF}\ tg\alpha \approx \overline{HF}\ \alpha \quad avec \quad \overline{F\Phi} > 0, \overline{HF}\ et\ \alpha < 0$$

$$= \overline{H'K'} = \overline{H'F'}\left(-\alpha'\right) \quad avec \quad \overline{H'K'} > 0, \overline{H'F'} > 0\ et\ \alpha' < 0$$

soit finalement : $\overline{HF}\ \alpha = \overline{H'F'}\left(-\alpha'\right)$ et donc:

$$\frac{\overline{H'F'}}{\overline{HF}} = -\frac{n'}{n} \tag{5.3}$$

Dans un système dioptrique, les distances focales sont toujours de signes contraires et leur rapport est celui des indices des milieux extrêmes changé de signe.

Comme pour les dioptres on définit la vergence V du système :

$$V = -\frac{n}{\overline{HF}} = \frac{n'}{\overline{H'F'}} \tag{5.4}$$

La vergence se mesure en dioptries. Par définition, la dioptrie est la vergence d'un système optique de distance focale 1 mètre dans un milieu d'indice 1.

5.2.5 POINTS NODAUX

Les points nodaux N et N' sont deux points conjugués sur l'axe tels qu'à tout rayon incident passant par N correspond un rayon émergent passant par N' et parallèle à l'incident. Pour construire les points nodaux à partir des éléments cardinaux déjà connus on procède comme l'indique la figure 33. On peut déduire de cette figure :

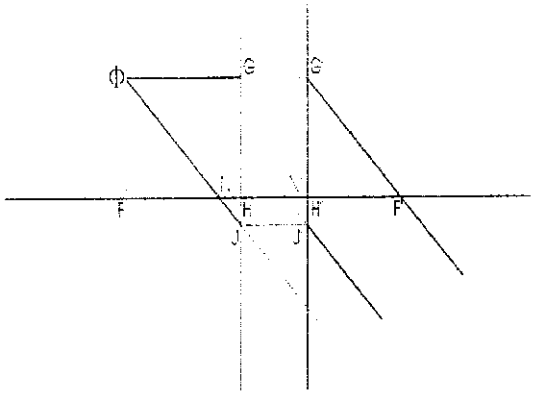
$$\overline{FN} = \overline{H'F'} \tag{5.5}$$

et on peut trouver de même :

$$\overline{F'N'} = \overline{HF} \tag{5.6}$$

WWW.TALIB24.COM

Figure 35



La dernière relation est évidente par application du principe de retour inverse de la lumière (les éléments objets et les éléments images échangent leurs rôles).
Par ailleurs dans le parallélogramme $NN'JJ$ les côtés opposés NN' et JJ' sont égaux. Comme de plus $JJ' = HH'$ on en déduit que la distance des points nodaux est égale à l'interstice du système :

$$\overline{NN'} = \overline{HH'} \tag{5.7}$$

Enfin on peut remarquer que :

$$\overline{HN} = \overline{H'N'} = \overline{HF} + \overline{FN} = \overline{HF} + \overline{H'F'} = f + f' \tag{5.8}$$

5.3 FORMULES DES SYSTÈMES CENTRÉS

5.3.1 ORIGINES AUX POINTS PRINCIPAUX

On repère la position de l'objet A par rapport au point principal objet H à l'aide de HAet la position de l'image A' par rapport au point principal H' à l'aide de H'A'.
Sur la figure 54, les triangles LHF et LKB, d'une part, et les triangles $K'H'F'$ et $K'L'B'$, d'autre part, sont semblables. On a donc :

$$\frac{\overline{LH}}{\overline{LK}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{HA}} \quad et \quad \frac{\overline{H'K'}}{\overline{L'K'}} = \frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'A'}}$$

En ajoutant les deux égalités membre à membre il vient :

$$\frac{\overline{LH}}{\overline{LK}} + \frac{\overline{H'K'}}{\overline{L'K'}} = \frac{\overline{LH} + \overline{HK}}{\overline{LK}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{HA}} + \frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'A'}} = 1$$

Puisque $\frac{\overline{H'F'}}{\overline{HF}} = -\frac{n'}{n}$, On peut tirer la relation de conjugaison :

$$-\frac{n}{\overline{HA}} + \frac{n'}{\overline{H'A'}} = \frac{n'}{\overline{H'F'}} = V \tag{5.9}$$

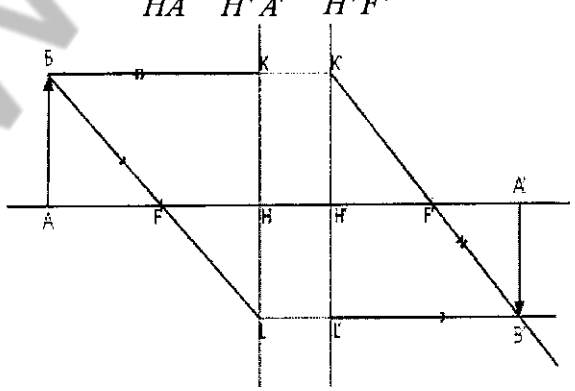


Figure 56

5.3.2 ORIGINES AUX FOYERS : FORMULES DE NEWTON

On repère la position de l'objet par FA et la position de l'image par $F'A'$. On voit sur la figure 5.6 les triangles FAB et FHL, d'une part, $F'H'K'$ et $F'A'B'$, d'autre part, sont semblables. On en déduit :

WWW.TALB24.COM

$$\frac{\overline{FA}}{\overline{FH}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{HL}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \quad et \quad \frac{\overline{F'H'}}{\overline{F'A'}} = \frac{\overline{H'K'}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$$

D'où on tire la relation de conjugaison :

$$\overline{FA}\ \overline{F'A'} = \overline{HF}\ \overline{H'F'} \tag{5.10}$$

et les expressions du grandissement :

$$\gamma = -\frac{\overline{HF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{H'F'}} \tag{5.11}$$

5.4 ASSOCIATION DE DEUX SYSTEMES CENTRES

Soit un système constitué de deux systèmes centrés. Les indices des espaces objet et image sont respectivement n et n'. Les deux systèmes centrés sont séparés par un milieu d'indice N

5.4.1 POSITION DES FOYERS

Le foyer image F' de l'ensemble (1) + (2) est l'image du foyer image F_1' du système (1) à travers le système (2). Par application de la formule de conjugaison de NEWTON on trouve :

$$\overline{F_2F_1'}\ \overline{F_2'F'} = f_2 f_2' \quad \Rightarrow \quad \overline{F'_2F'} = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} \tag{5.12}$$

$\overline{F_1'F_2}$ est noté Δ et appelé intervalle optique du système qui caractérise la position du système (2) par rapport au système (1).

Le foyer objet F de l'ensemble a pour image, à travers le système (1), le foyer objet F_2 du système (2). On trouve alors :

$$\overline{F_1F}\ \overline{F_1'F_2} = f_1 f_1' \quad \Rightarrow \quad \overline{F_1F} = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} \tag{5.13}$$

5.4.2 CALCUL DES DISTANCES FOCALES

Pour calculer la distance focale image f' on considère, à l'aide de la figure 57a, les égalités résultant de la similitude des triangles $H'K'F'$ et $H'_2G'_2F'_2$ d'une part :

$$\frac{\overline{H'K'}}{\overline{H'_2G'_2}} = \frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'_2F'_2}} = \frac{f'}{f'_2}$$

et d'autre part celle des triangles $H'_1K'_1F'_1$ et $F_2Q_2F'_2$

$$\frac{\overline{H'_1K'_1}}{\overline{F_2Q_2}} = \frac{\overline{H'_1F'_1}}{\overline{F_2F'_1}} = -\frac{f'_1}{\Delta}$$

Puisque $\overline{H'K'} = \overline{H'_1K'_1}$, $\overline{H'_2G'_2} = \overline{F_2Q_2}$, les deux derniers rapports sont égaux et on en déduit :

$$\overline{H'F'} = f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \tag{5.14}$$

Un raisonnement analogue à partir de la figure 5.7b, ou, plus simplement, l'utilisation du principe de retour inverse de la lumière donnent :

$$\overline{HF} = f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \tag{5.15}$$

WWW.TALIB24.COM

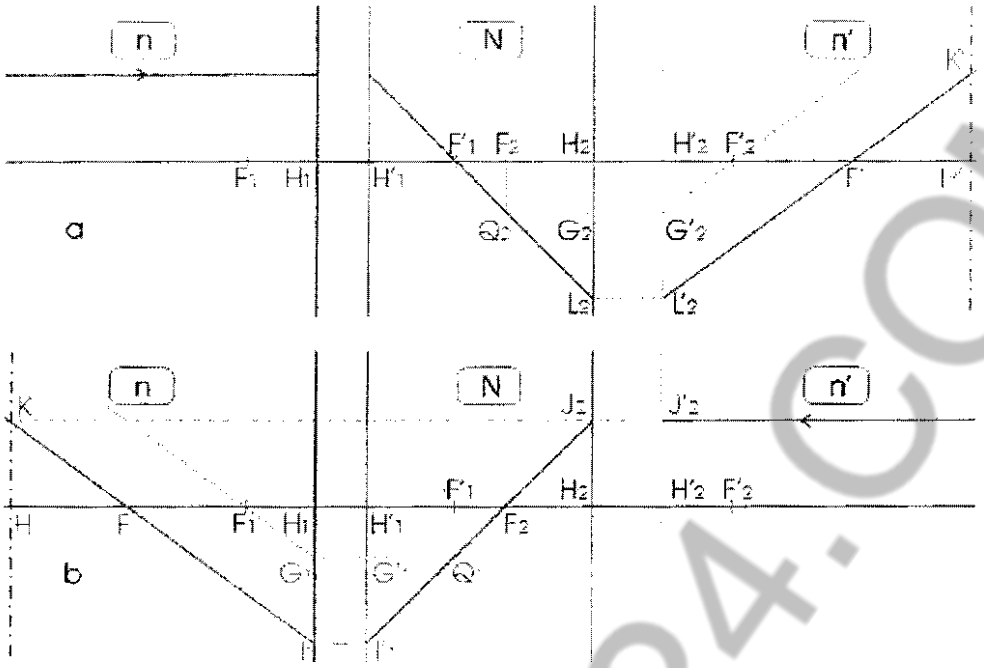


Figure 5.7

5.4.3 FORMULE DE GULLSTRAND

Le nouveau système a pour vergence :

$$V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n'\Delta}{f'_1 f'_2}$$

On écrit l'intervalle optique sous la forme :

$$\Delta = \overline{F_1'F_2} = \overline{F_1'H'_1} + \overline{H_1'H_2} + \overline{H_2'F_2} = -f'_1 + e + f_2$$

La vergence s'écrit alors :

$$V = -\frac{n'(-f'_1 + e + f_2)}{f'_1 f'_2}$$

Dans cette expression on fait alors apparaître les vergences V_1 et V_2 des deux systèmes :

$$V_1 = \frac{N}{f'_1} = -\frac{n}{f_1} \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{n'}{f'_2} = -\frac{N}{f_2}$$

il vient :

$$V = V_1 + V_2 - e\frac{V_1 V_2}{N} \tag{5.16}$$

il s'agit de la formule de Gullstrand qui donne la vergence du système en fonction des vergences des deux systèmes qui le composent, de l'indice du milieu qui les sépare et de la distance $e = \overline{H_1'H_2}$.

5.5 MATRICE DE TRANSFERT D'UN SYSTEME CENTRE

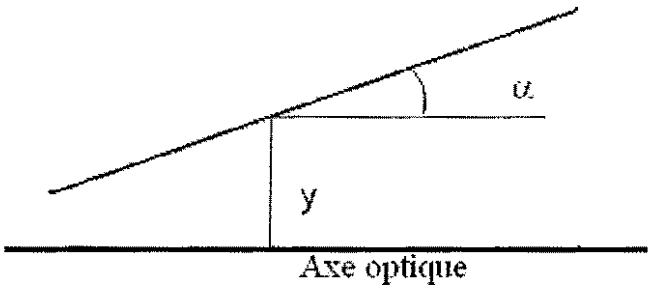
5.5.1 Matrices De réfraction et de translation

La linéarité des équations de franchissement d'un dioptre sphérique suggère fortement d'utiliser le calcul matriciel. On définit le vecteur colonne Y dont les éléments sont la position du point d'intersection du rayon lumineux avec la surface dioptrique et l'angle d'inclinaison du rayon par rapport à l'axe optique :

$$Y = \begin{pmatrix} y \\ \alpha \end{pmatrix}$$

WWW.TALIB24.COM

Figure 4.10



Dans ce chapitre nous nous intéressons aux deux transformations linéaires différentes, l'une correspondant à une translation, et l'autre à la réfraction. Elles seront caractérisées respectivement par une matrice de la translation et une matrice de la réfraction. Avec ces deux matrices nous serons capables de traiter tout système optique dans l'approximation des rayons paraxiaux.

LA MATRICE DE LA TRANSLATION

La matrice de transformation du vecteur X entre deux plans situés dans un même milieu homogène est appelée matrice de translation. Elle est importante car les systèmes optiques sont le plus souvent des milieux homogènes par morceaux.

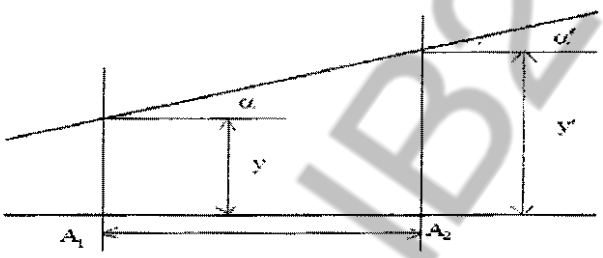


Figure 4.11

Dans l'approximation des petits angles, nous pouvons déduire de la Figure 29, les relations suivantes :

$$\begin{aligned} y' &= y + \overline{A_1A_2}\,\alpha \\ \alpha' &= 0\,y + \alpha \end{aligned} \tag{4.21}$$

Ces équations linéaires peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} y' \\ \alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \overline{A_1A_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \alpha \end{pmatrix} \tag{4.22}$$

La matrice,

$$\begin{pmatrix} 1 & \overline{A_1A_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.23}$$

est dite matrice de translation.

LA MATRICE DE LA REFRACTION

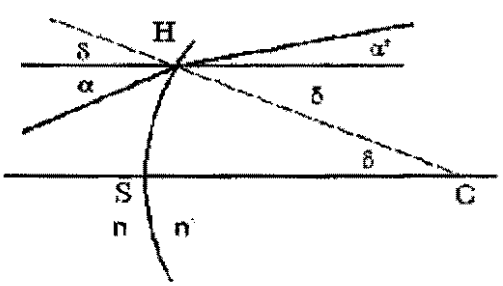


Figure 4.12

WWW.TALIB24.COM

À chaque surface qui sépare deux milieux transparents dans un système optique, la direction du rayon lumineux peut être changée d'après la loi de Snell-Descartes. Si nous nous restreindrons aux rayons paraxiaux, nous avons (figure 27) :

$$n\,(\delta+\alpha)\approx n'\,(\delta+\alpha') \tag{4.24}$$

avec $\delta \approx \dfrac{\overline{SH}}{\overline{SC}}$

$$\alpha' = -\frac{n'-n}{n'}\frac{\overline{SH}}{\overline{SC}} + \frac{n}{n'}\alpha \tag{4.25}$$

Toujours dans le cadre de l'approximation des rayons paraxiaux, nous pouvons écrire :

$$\overline{SH} \approx y = y'$$

Nous obtenons ainsi comme dans le cas de la translation, des équations linéaires :

$$y' = y$$

$$\alpha' = -\frac{n'-n}{n'}\frac{y}{\overline{SC}} + \frac{n}{n'}\alpha \tag{4.26}$$

Soit en utilisant la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} y' \\ \alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{n'}\dfrac{n'-n}{\overline{SC}} & \dfrac{n}{n'} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ \alpha \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

La matrice qui correspond au franchissement du dioptre sphérique est dite matrice de réfraction et s'écrit :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{V}{n'} & \dfrac{n}{n'} \end{pmatrix} \tag{4.28}$$

V étant la vergence du dioptre. Le déterminent de cette matrice est n/n'.

5.5.2 Matrice de transfert d'un système centré

Considérons un d'un système centré constitué de plusieurs surfaces sphériques réfringentes séparées des milieux homogènes. Entre les plans d'entrée et sortie, E et S, le système est homogène par morceaux. La trajectoire de tout rayon lumineux est donc une succession de segments dont les extrémités sont situées sur les surfaces de séparation.

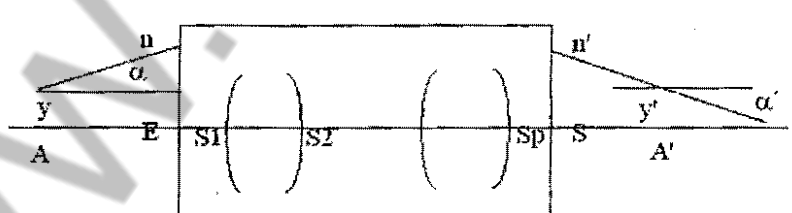


Figure 5.8

Le problème posé est le suivant : dans le cas où chacun des dioptres travaille dans l'approximation de gauss, comment trouver le rayon émergent du système correspondant à un rayon incident donné. Pour y répondre, on introduit la matrice de transfert du système $M(\overline{ES})$:

$$M(\overline{ES}) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \tag{5.17}$$

qui est le produit des matrices élémentaires de translation T et de réfraction R, écrite de droite ° gauche en suivant la succession des dioptres atteints par le rayon lumineux :

$$M(\overline{ES}) = T(\overline{S_pS_1})R(S_p)...T(\overline{S_1S_2})R(S_1)T(\overline{ES_1})$$

WWW.TALIB24.COM

Exprimons la matrice de transfert $M(\overline{AA'})$ entre deux plans situés respectivement dans l'espace objet et l'espace image, d'indices n et n' :

$$M(\overline{AA'}) = T(\overline{SA'})M(\overline{ES})T(\overline{AE})$$

soit

$$M(\overline{AA'}) = \begin{pmatrix} 1 & \overline{SA'} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & \overline{AE} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

En posant $z = \overline{EA}$ et $z' = \overline{SA'}$, nous avons :

$$M(\overline{AA'}) = \begin{pmatrix} a + z'c & -az + b + z'(-cz + d) \\ c & d - cz \end{pmatrix} \tag{5.18}$$

Des quatre éléments de $M(\overline{AA'})$, seul $M_{21}(\overline{AA'})$ est indépendant du couple AA'. C'est donc une caractéristique du système centré. c est relié à la vergence du système par la relation suivante :

$$V = -n'c \qquad \rightarrow \quad c = -\frac{1}{f'} \tag{5.19}$$

Figure 5.9

Si f'>0, le système est convergent : tout rayon incident parallèle ° l'axe optique émerge en s'en rapprochant si les points d'incidence et d'émergence I et J sont du même coté de l'axe.

$$\begin{pmatrix} y' \\ \alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ -1/f' & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \alpha' = -\frac{1}{f'}y \quad \rightarrow f'>0$$

Si f'<0, le système est divergent : tout rayon incident parallèle ° l'axe optique émerge en s'en éloignant si les points I et J sont du même coté de l'axe.

Si f'=0,le système est afocal.

5.5.2.1 MATRICE DE CONJUGAISON

Supposons que les plants A et A' soient conjugués au sens où le chemin optique entre deux points de ces plans est le même quel que soit l'inclinaison sur l'axe des rayons issus des points situés dans le plan A.

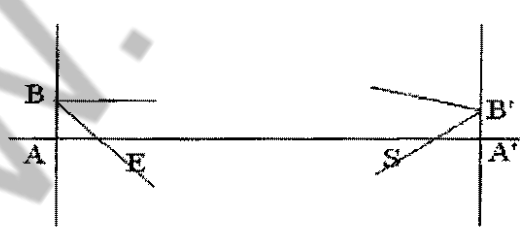


Figure 5.10

La position de l'image B' est indépendante de l'inclinaison α des rayons issus donc de B, donc on doit avoir :

$$M_{12}(\overline{AA'}) = 0$$

Alors $M_{11}(\overline{AA'})$ s'identifie au rapport y/y',c'est-à-dire au grandissement transversal γ :

$$M_{11}(\overline{AA'}) = \gamma$$

Quant à $M_{22}(\overline{AA'})$, il vaut :

$$M_{22}(\overline{AA'}) = \left(\frac{\alpha'}{\alpha}\right)_{y=0} = G$$

WWW.TALIB24.COM

où G est le grandissement angulaire. Finalement, la matrice transfert entre deux plans conjugués s'écrit :

$$M(\overline{AA'}) = \begin{pmatrix} \gamma & 0 \\ -1/f' & G \end{pmatrix} \tag{5.20}$$

Le déterminent de la matrice étant égal ° n/n', on a :

$$\frac{n'}{n}\gamma\, G = 1 \text{ qui s'écrit aussi } \; n\, y\, \alpha = n'\, y'\, \alpha' \tag{5.21}$$

qui n'est d'autre que la relation de Lagrange-Helmholtz.

5.5.2.2 ELEMENTS CARDINAUX

On peut retrouver la position des éléments cardinaux à partir de la matrice de transfert du système. Pour rappel la matrice de transfert est :

$$M(\overline{AA'}) = \begin{pmatrix} a - z'/f' & -az + b + z'(z/f' + d) \\ -1/f' & d + z/f' \end{pmatrix} \tag{5.22}$$

avec $z = \overline{EA}$ *et* $z' = \overline{SA'}$

Distances focales

Les distances focales image et objet sont respectivement :

$$f' = \overline{H'F'} = -\frac{1}{c} \quad \text{et} \quad f = \overline{HF} = -\frac{n}{n'}f' = \frac{n}{n'c}$$

Plans principaux

La matrice de transfert correspondant est :

$$M(\overline{HH'}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f' & n/n' \end{pmatrix}$$

En utilisant l'équation 5.18, nous avons :

$$\overline{SH'} = f'(a-1) \text{ et } \overline{EH} = -f'(d - \frac{n}{n'}) \tag{5.23}$$

Point nodaux

Le grandissement G étant égal, la matrice de transfert correspondant est :

$$M(\overline{NN'}) = \begin{pmatrix} n/n' & 0 \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix}$$

En utilisant l'équation 5.18, nous avons :

$$\overline{SN'} = f'(a - n/n') \text{ et } \overline{EN} = f'(1-d) \tag{5.24}$$

Plan focaux

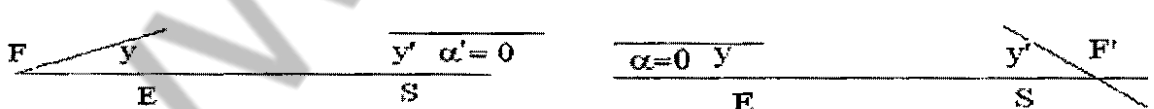


Figure 5.11

Ecrivons la relation entre les paramètres d'entrée et de sortie du système centré :

$$\begin{aligned} y' &= ay + b\alpha \\ \alpha' &= -yV/n' + d\alpha \end{aligned} \tag{5.25}$$

<u>Foyer objet</u>

Pour tout les rayons issus de foyer objet F, α' est égal à 0 et donc :

$$\frac{y}{\alpha} = f'd = \overline{FE}$$

Il en résulte que

WWW.TALIB24.COM

$$\overline{EF} = -f'd \quad \text{et} \quad \overline{HF} = \overline{HE} + \overline{EF} = f \tag{5.26}$$

Foyer image

Les rayons parallèles à l'axe optique ($\alpha = 0$) passent par le foyer image F', nous avons :

$$y' = ay \quad \text{et} \quad \alpha' = -\frac{y}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{y'}{\alpha'} = -f'a = \overline{F'S}$$

Il en résulte que

$$\overline{SF'} = f'a \quad \text{et} \quad \overline{H'F'} = \overline{H'S} + \overline{SF'} = f' \tag{5.27}$$

5.5.2.3 DIOPTRE SPHERIQUE

L'entrée et la sortie du système sont confondus avec le sommet S. La matrice de transfert d'un tel système se réduit à la matrice de réfraction :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{n'}\frac{n'-n}{\overline{SC}} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$$

Par conséquent :

- Les distances focales image et objet sont respectivement : $f' = (n'-n)/\overline{SC}$ et $f = -n(n'-n)/n'\overline{SC}$
- les plans principaux sont confondus avec le plan passant par le sommet (S=E=H=H').
- les points nodaux sont confondus au centre. Puisque $\overline{SN'} = \overline{SN} = f'(1 - n/n') = \overline{SC}$

6 L'OEIL ET LES INSTRUMENTS D'OPTIQUE

L'oeil est l'organe de la vision ; il peut examiner directement des objets ou examiner des images de ces objets fournies par des instruments d'optique (loupes, microscopes, lunettes). Son rôle est fondamental dans l'étude de l'optique.

6.1 DESCRIPTIONS ET PROPRIÉTÉS DE L'ŒIL

Du point de vue optique, l'oeil comporte un dioptre sphérique d'entrée (la cornée) suivi de l'humeur aqueuse dont l'indice est voisin de 1,336. Un diaphragme (l'iris) précède le cristallin qui se comporte comme une lentille biconvexe. Il a une structure en couches et des ligaments situés en périphérie modifient à la fois sa courbure et son indice. L'indice moyen du cristallin est voisin de 1,420. On trouve ensuite l'humeur vitrée d'indice égal à 1,336 puis la rétine sur laquelle se forme l'image. La rétine est composée de diverses couches de

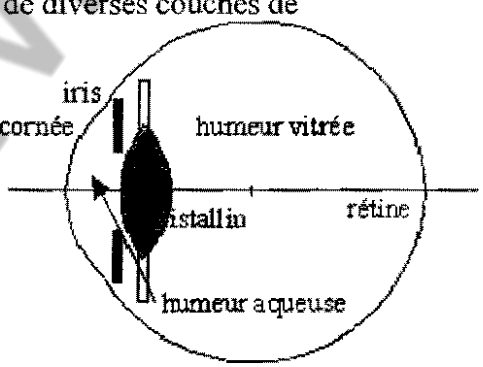


Figure 6.1

.faibles épaisseurs (10 à 40 µm). Une couche est composée de cônes et de bâtonnets qui permettent la perception des couleurs. Dans les conditions de Gauss, on peut modéliser l'oeil par un dioptre sphérique de rayon voisin de 6mm séparant l'air d'un milieu d'indice n = 1,333.

ACCOMMODATION ET DÉFAUTS DE L'OEIL

Oeil normal

WWW.TALIB24.COM

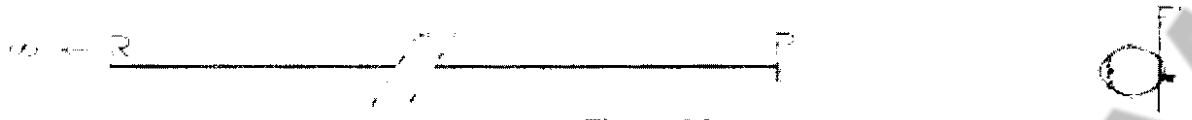


Figure 6.2

Le foyer image F' de l'œil est, naturellement et sans effort, sur la rétine. L'oeil voit alors nettement des objets situés " à l'infini ". Le point le plus éloigné, sur l'axe, pour lequel il est possible d'obtenir une image rétinienne nette est le PUNCTUM REMOTUM R. Pour un oeil normal R est à l'infini.
Par accommodation, c'est-à-dire du fait de la déformation du cristallin, l'oeil peut voir des objets situés à distance finie. La déformation du cristallin étant limitée, quel que soit l'effort musculaire fourni, l'oeil ne peut pas voir les objets situés en deçà d'une distance minimale de vision distincte. Le point correspondant sur l'axe est le PUNCTUM PROXIMUM P. Pour un oeil normal non fatigué P est situé 20 à 30cm en avant de la cornée. Avec le vieillissement, la distance minimale de vision distincte augmente progressivement.

Oeil myope

Figure 6.3

L'oeil est trop long ou trop convergent. Sans accommodation, le foyer image est en avant de la rétine. Le punctum remotum R est à distance finie alors que le punctum proximum P est plus proche de la cornée que dans le cas d'un un oeil normal.
La correction de la myopie est possible en plaçant une lentille divergente devant l'oeil. A cause de la correction, il faut accommoder davantage en vision de près. Un myope doit retirer ses lunettes pour lire avec moins de fatigue.

Oeil hypermétrope

Figure 6.4

L'oeil hypermétrope est trop court ou pas assez convergent. Sans accommodation, Le foyer image est en arrière de la rétine. Le punctum remotum R est en arrière de l'oeil (il est virtuel) tandis que le punctum proximum P est plus éloignée de la cornée que dans le cas d'un un oeil normal.
L'oeil hypermétrope accommode en permanence ce qui est une cause de fatigue. La correction de l'hypermétropie est possible en plaçant une lentille convergente devant l'oeil.

Oeil presbyte

L'oeil presbyte est un oeil devenu moins convergent par suite du vieillissement (le relâchement des muscles entraîne au repos une augmentation des rayons de courbure du cristallin). On peut noter que si la presbytie est susceptible de réduire la myopie, elle ne peut qu'aggraver l'hypermétropie.
Avec l'age la capacité d'accommoder disparaît : il faut corriger la vision de près et celle de loin avec des lentilles bifocales ou progressives.

Oeil astigmate

Ce défaut résulte d'irrégularités de la courbure de la cornée ou du cristallin. Un astigmate ne peut voir nettement que dans deux directions orthogonales et de façon non simultanée. On corrige ce défaut avec des lentilles cylindriques ou toriques.

6.2 PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES INSTRUMENTS D'OPTIQUE

On se limite à deux groupes d'instruments d'optique assimilables à des systèmes centrés qui donnent de l'objet une image réelle ou virtuelle plus avantageuse à observer ou à stocker.
Ces grandeurs introduites ci-dessous permettent de comparer les dimensions linéaires ou angulaires de l'image et de l'objet.

WWW.TALIB24.COM

Grandissement

C'est le grandissement linéaire γ défini auparavant comme le rapport de la dimension de l'image $\overline{A'B'}$ à la dimension de l'objet $\overline{AB}$. C'est un nombre sans dimensions. Il n'est intéressant que dans le cas ou l'objet et l'image sont tous les deux à distance finie et tous les deux réels.

Puissance

La puissance n'est définie que pour les instruments qui donnent de l'objet une image virtuelle, comme la loupe ou le microscope, servant à l'observation d'objets très rapprochés.

La puissance d'un instrument est le rapport de l'angle sous lequel on voit l'image donnée par l'instrument à la longueur de l'objet :

$$P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} \tag{6.1}$$

Elle dépend de la position de l'œil et s'exprime en dioptrie si α' est en radian et $\overline{AB}$ en mètres.

Grossissement.

Cette grandeur est surtout intéressante lorsque l'image observée est virtuelle comme la loupe, le microscope ou les lunettes astronomiques.

Le grossissement est le rapport des diamètres apparents de l'objet à l'œil nu et son image à travers l'instrument. Donc G le grossissement est le rapport de α', l'angle sous lequel on voit l'image à travers l'instrument, et α, l'angle sous lequel l'objet est vu, à l'oeil nu. :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \tag{6.2}$$

Dans le cas de l'examen d'objets très rapprochés , à l'aide, par exemple, d'un loupe ou un microscope, l'angle α est défini en plaçant l'objet au punctum proximum P, c'est-à-dire à la distance minimale de la vision d_m.

Dans ce cas, on a : $\alpha = AB/d_m$, il s'ensuit : $G = \alpha' d_m / AB = P\, d_m$. G dépend donc de l'observateur par l'intermédiaire de d_m. Pour s'affranchir de cette difficulté que le grossissement commercial G_c est défini en choisissant, $d_m = 0.25$, celle d'un œil moyen. Si P est donnée en dioptries, on a alors

$$G_c = \frac{P}{4} \tag{6.3}$$

6.3 LOUPES

Le but de cette instruments est de donner, d'un petit objet, une image virtuelle sous un diamètre apparent aussi grand que possible et située, afin d'éviter toute fatigue d'accommodation, au Punctum Remotum de l'observateur.

Une loupe est une lentille convergente épaisse de courte distance focale. L'objet est placé entre la loupe et le foyer objet. Pour l'observation, le centre optique noté O de l'oeil est placé au voisinage du foyer image F' de la loupe, comme le montre la figure ci-dessous :

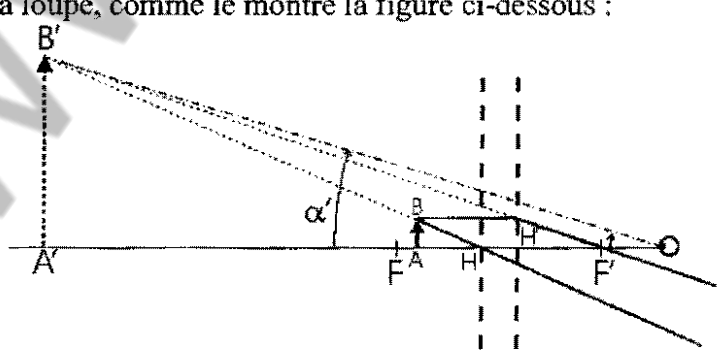


Figure 6.5

WWW.TALIB24.COM

6.3.1 LATITUDE DE MISE AU POINT

Pour être vue nettement, l'image A'B' doit être située entre le Punctum Remotum R et le Punctum Proximum P de l'oeil. Si A_R et A_P désignent les conjugués de R et P, la distance $A_R A_P$ est la latitude de mise au point. On pose : $\overline{RO} = D$ (la distance maximale de vision distincte), $\overline{PO} = d$ (la distance minimale de vision distincte) et $\overline{F'O} = a$. La formule de conjugaison de NEWTON appliquée aux couples de points conjugués A_R et R d'une part, A_P et P d'autre part, donne :

$$\overline{FA_R}\ \overline{F'R} = -f'^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{FA_R} = \frac{-f'^2}{\overline{F'O} + \overline{OR}} = \frac{f'^2}{D-a}$$

et

$$\overline{FA_P}\ \overline{F'P} = -f'^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{FA_P} = \frac{-f'^2}{\overline{F'O} + \overline{OP}} = \frac{f'^2}{d-a}$$

d'où, finalement :

$$\overline{A_R A_P} = f'^2\left(\frac{1}{d-a} - \frac{1}{D-a}\right) \approx f'^2\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D}\right)$$

Dans le cas d'un oeil normal D = ∞

$$\overline{A_R A_P} \approx \frac{f'^2}{d} \tag{6.4}$$

6.3.2 PUISSANCE

Par définition, la puissance P vaut $\alpha' / \overline{AB}$. Or dans les conditions de l'approximation de GAUSS, l'angle α' reste assez petit de telle sorte que :

$$\alpha' \approx tg\alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'O}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\frac{\overline{AB}}{\overline{A'O}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}\frac{\overline{AB}}{\overline{A'O}}$$

Si on pose δ= $\overline{A'O}$ la distance de visée, on a $\overline{A'F'} = \overline{A'O} + \overline{OF'} = \delta - a$ et donc

$$P = \frac{\delta - a}{f'}\frac{1}{\delta} = \frac{1}{f'}\left(1 - \frac{a}{\delta}\right)$$

Dans le cas général, la puissance dépend de la position de l'oeil de l'observateur (a) et de la distance de visée δ. La puissance prend une valeur caractéristique de la loupe lorsque O=F', c'est la puissance intrinsèque notée P_i :

$$P_i = \frac{1}{f'} \tag{6.5}$$

6.4 OCULAIRES

Les images données par les loupes sont de mauvaise qualité dès que la puissance atteint une vingtaine de dioptries. Pour améliorer cette qualité, tout en gardant une puissance élevée, on remplace les loupes par des " oculaires composés " : c'est-à-dire par des associations de lentilles.
Leur emploi est identique à celui des loupes simples en considérant les oculaires comme des systèmes

6.4.1 CLASSIFICATION ET DESCRIPTION DES OCULAIRES

La plupart des oculaires sont des doublets : un doublet est constitué de deux lentilles minces de distances focales f'_1 et f'_2 séparées par un intervalle e. f'_1, f'_2 et e sont généralement proportionnels à des nombres entiers de telle sorte que :

WWW.TALIB24.COM

$$\frac{f'_1}{m} = \frac{e}{n} = \frac{f'_2}{p} \qquad (6.6)$$

avec m, p > ou < 0 et n > 0. L'ensemble des trois entiers " m,n,p " constitue le symbole du doublet. On distingue les oculaires :

- positif si le foyer objet est devant la première lentille.
- négatif si le foyer objet est derrière la première lentille.
- convergent si le foyer image est derrière la seconde lentille.
- divergent si le foyer image est devant la seconde lentille.

6.4.2 EXEMPLE : OCULAIRE 3, 2, 1 D'HUYGENS

Le symbole 3, 2, 1 signifie que : $\frac{f'_1}{m} = \frac{e}{n} = \frac{f'_2}{p}$. Les différents éléments composants l'oculaire sont représentés sur la figure 2 avec une unité a arbitraire telle que $f'_1=3a$, $e=3a$ et. $f'_2=a$. L'intervalle optique vaut : $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = -f'_1 + e - f'_2 = -2a$. La position des foyers est :

$$\overline{F_1 F'} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} = \frac{9a}{2} \text{ et } \overline{F_2' F'} = \frac{f_2'^2}{\Delta} = -\frac{a}{2}$$

La formule de Gullstrand permet de donner la vergence du système et donc la distance focale :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} = \frac{2}{3a}$$

On voit que l'oculaire 3,2, 1 de HUYGENS est un oculaire négatif et convergent. Sa puissance intrinsèque P_i est le double de celle de la première lentille utilisée seule comme loupe.

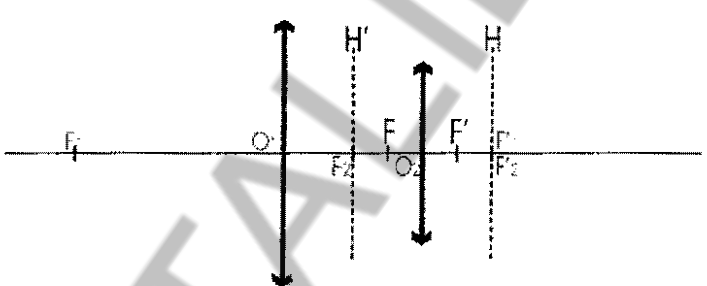


Figure 6.5

6.5 MICROSCOPES

Le microscope sert à l'observation de très petits objets. Sa puissance est beaucoup plus grande que celle d'une loupe : de 100 à 6000 dioptries.

6.5.1 DESCRIPTION GÉNÉRALE

Un microscope réel avec un dispositif de réglage de l'éclairement élaboré est décrit sur la figure de la page voisine. L'instrument proprement dit comporte deux systèmes optiques épais de même axe :

- l'objectif qui donne de l'objet une image réelle très agrandie.
- l'oculaire qui sert à examiner cette image.

La distance entre l'oculaire et l'objectif est fixe de sorte que l'intervalle optique qui caractérise la distance entre le foyer image F_1' de l'objectif et le foyer objet F_2 de l'oculaire est une constante (par souci de normalisation, de nombreux constructeurs ont fixé cette valeur à 15cm).

L'objectif

Il doit donner une image réelle très agrandie à une distance assez faible pour que l'appareil ne soit pas trop encombrant: ce sera donc un système convergent de très petite distance focale (quelques mm). L'objet AB est placé très près et en avant du foyer objet de l'objectif et l'objectif en donne une image réelle $A'B'$ renversée.

WWW.TALEB24.COM

L'oculaire
Il donne l'image définitive A"B" virtuelle, de même sens que A'B' et donc renversée par rapport à AB. Sa distance focale est de quelques centimètres

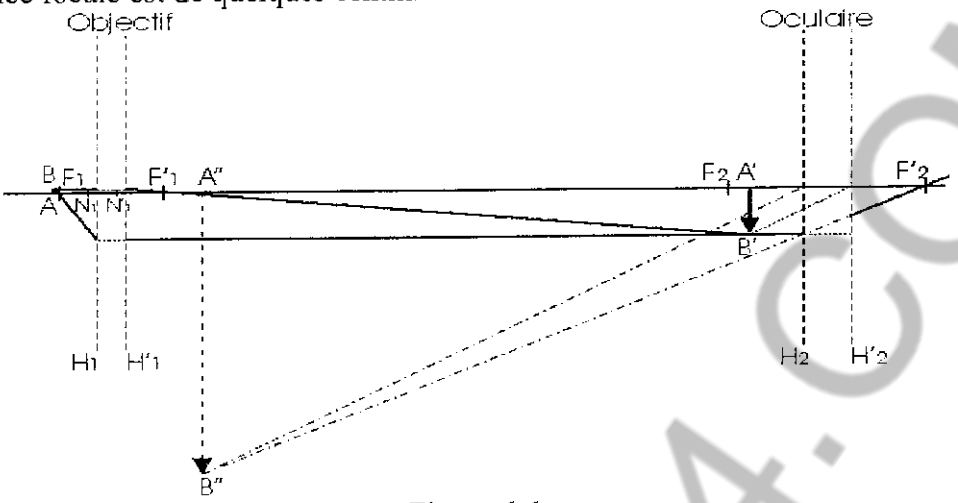


Figure 6.6

Construction de l'image
On utilise les éléments cardinaux des deux systèmes centrés. Si l'objectif est " à immersion ", sa face avant baigne dans un milieu d'indice n supérieur à 1 et ses points nodaux N_1 et N_1' sont distincts de ses points principaux H_1 et H_1'.
Illustration numérique : pour situer l'ordre de grandeur des différentes quantités étudiées pour un microscope dont l'objectif baigne dans l'air avec : distance focale de l'objectif f'_1=5mm , distance focale de l'oculaire f'_2=2cm et Δ= 15cm intervalle optique.

Eléments cardinaux du microscope
FOYER IMAGE F' : $\overline{F_2'F'} = f_2'^2/\Delta = +2.7\ mm$. Le foyer image du microscope est un peu en arrière du foyer image de l'oculaire.
FOYER OBJET F : on a $\overline{F_1F} = -f_1'^2/\Delta = -0.17\ mm$.Le foyer objet du microscope est un peu en avant du foyer objet de l'objectif.
DISTANCE FOCALE : par application de la formule de GULLSTRAND on a :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} = -\frac{\Delta}{f'_1 f'_2}$$

d'où on tire : $f' = -f'_1 f'_2/\Delta \approx -0.67mm$. La distance focale du microscope est très courte et négative. Les foyers sont donc à l'intérieur de l'intervalle des plans principaux.

6.5.2 PUISSANCE, GROSSISSEMENT, LATITUDE DE MISE AU POINT

Première expression de la puissance.
Si $\overline{A'B'}$ est la grandeur de l'image intermédiaire fournie par l'objectif, par définitions, on a :
le grandissement de l'objectif $\gamma_1 = \overline{A'B'}/\overline{AB}$ et la puissance de l'oculaire $P_2 = \alpha''/\overline{A'B'}$ donc la puissance du microscope est :

$$P = \alpha''/\overline{AB} = P_2\ \gamma_1$$

Seconde expression de la puissance.
Elle est obtenue en considérant le microscope comme un système épais qui joue le rôle de loupe. Les formules établies pour cet instrument s'appliquent. La puissance est toujours très voisine de la puissance intrinsèque car l'oeil est toujours très près du foyer image du système (voir ci-après) et nous avons :

WWW.TALB24.COM

$$P_i = \frac{1}{f'} = -\frac{\Delta}{f'_1 f'_2} = -1493 \; dioptries$$

Grossissement

$G = P_i \; d = P_i / 4 = -373$

Latitude de mise au point.

Les résultats littéraux établis dans le cas de la loupe restent valables pour le système épais que constitue le microscope. On a donc :

$$\overline{A_R A_P} \approx \frac{f'^2}{d} = 1.8 \mu m$$

On comprend aussi que, pour placer l'objet à la distance voulue de la face avant de l'objectif, il est indispensable d'avoir un mécanisme de déplacement extrêmement précis utilisant des vis micrométriques.

6.6 LUNETTE ASTRONOMIQUE

Dans une lunette astronomique, un objectif O_1, de distance focale f'_1, donne d'un objet situé à l'infini, et de diamètre apparent α, une image A'B' située dans son plan focal, et dont la taille est :

$$\overline{A'B'} \approx f'_1 \alpha$$

On peut examiner cette image à l'aide d'une loupe, et le plus simple consiste à prendre comme loupe un second objectif convergent O_2, dont le foyer objet F_2 coïncide avec F'_1 le foyer image de O_2 ; l'œil verra alors l'image sous un angle α' donné par :

$$\alpha' \approx -\frac{\overline{A'B'}}{f'_2} \approx -\frac{f'_1}{f'_2}\alpha$$

Le grossissement de cette lunette est alors :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \approx -\frac{f'_1}{f'_2}$$

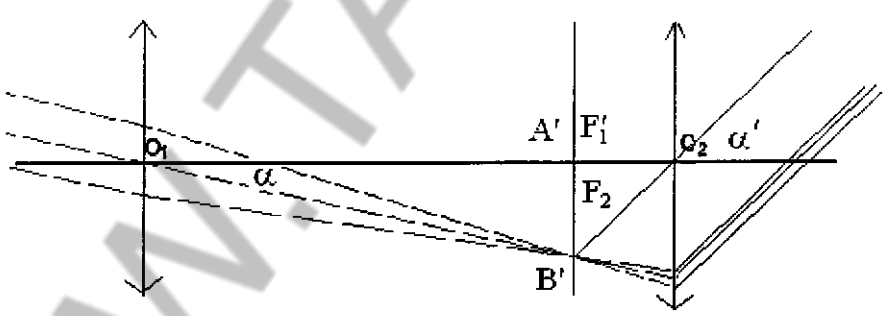


Figure 6.8

L'objectif O_1 doit avoir une grande distance focale, et l'oculaire O_2 une petite distance focale, afin d'atteindre des grossissements importants. Si l'on est pas trop exigent pour la qualité des images, on peut fabriquer une lunette à l'aide de deux lentilles simples.

On remarquera que la lunette que nous venons de décrire inverse l'image par rapport à l'objet. Ceci n'est pas gênant pour l'observation astronomique, mais constitue un défaut insurmontable pour l'observation des objets terrestres. Galilée a surmonté cette difficulté en utilisant une lentille divergente comme oculaire ; cette solution ne convient que pour de faibles grossissements (de l'ordre de 3 à 4). Dans les grosses jumelles, on fait subir au faisceau deux réflexions sur des prisme, afin de redresser l'image.

WWW.TALIB24.COM